

## O ESTADO DA ARTE DA ANÁLISE DE TEXTURA

Um fator de grande relevância na análise de imagens é o reconhecimento de texturas [1]. Este processo sofisticado, realizado intuitivamente pela visão humana, se reveste de grande complexidade computacional [2].

[1] B. S. Manjunath, J. R. Ohm, V. V. Vinod & A. Yamada, "Color and Texture Descriptors", *IEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology, Special Issue on MPEG-7*, vol.11, n°6, pp.703-715, 2001. 1

[2] J. R. Parker, *Algorithms for Image Processing and Computer Vision*, Toronto: John Wiley & Sons, 1997. 2

A textura está presente na maioria das imagens naturais, na figura 1 podemos observar alguns exemplos. Através da análise de texturas é possível distinguir regiões que apresentem as mesmas características de refletância, e portando, mesmas cores em determinada combinação de bandas. Isso torna a textura um excelente descritor regional capaz de contribuir na melhoria da exatidão do processo de reconhecimento, descrição e classificação de imagens [3].

[3] Y. Choi, C. S. Won, Y. M. Ro & B. S. Manjunath, "Texture Descriptors", *Introduction to MPEG-7, Multimedia Content Description Interface*, Eds. B. S. Manjunath, P. Salembier & T. Sikora. John Wiley & Sons, Ltd., 2002. 3



ÁGUA



PEDRAS



ÁRVORE



FOLHAS



TECIDO



TIJOLOS

FIGURA 1 - Exemplos de texturas naturais e artificiais

A textura é um termo intuitivo e de largo emprego, mas apesar de sua importância, não possui uma definição precisa [4]. Ela refere-se a um padrão visual que possui algumas propriedades de homogeneidade que não resultam simplesmente de uma cor ou intensidade. Ao contrário de outras características, como por exemplo o brilho, a textura não pode ser definida em um pixel, mas sim através de uma região ou conjunto de pixels. É uma propriedade de uma região que descreve o padrão de variação de tons de cinza e cor numa determinada área. A textura é uma expressão relacionada com as propriedades que representam a superfície de um objeto.

[4] D.S. Ebert, "Texturing and Modeling: A Procedural Approach", Cambridge: Academic Press, 1994. 4

Na literatura encontram-se diversas definições de textura:

Para Sonka [5], a textura pode ser definida como algo que consiste de elementos mutuamente relacionados (a primitiva de textura, que pode ser um pixel ou um conjunto de pixels).

[5] M. Sonka, V. Hlavá & R. Boyle, "Image Processing, Analysis and Machine Vision". London: Chapman & Hall, 1993. 5

McGrogan [6], define a textura como uma estrutura composta de um grande número de elementos similares mais ou menos ordenados.

[6] N. McGrogan, "Texture segmentation and change detection for urban planning", 1997. Disponível em <http://www.new.ox.ac.uk/~nmcgrogan/work/ecsproj4/report.html>. 6

Haralick [7], relaciona a definição de textura com o uso de coeficientes de uniformidade, densidade, aspereza, regularidade, intensidade, dentre outras características da imagem [7].

[7] R. M. Haralick, K. Shanmugan & I. Dinstein, "Texture Features for Image Classification", *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, n° 6, pp.610-621, 1973. 7

Gonzalez [8], descreve a textura por medidas que quantificam suas propriedades de suavidade, rugosidade e regularidade.

[8] R.C. Gonzalez & E.R. Woods, "Processamento de Imagens Digitais", São Paulo: Edgard Blucher, 2000. 8

Para Sklansky [9], uma região em uma imagem apresenta uma textura única se um conjunto de características estatísticas ou outras propriedades locais da imagem forem constantes, com pouca variação ou aproximadamente periódicas.

[9] J. Sklansky, "Image Segmentation and Feature Extraction", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 13, n°5, pp. 907—916, 1978 9

Estes autores caracterizam textura como um conceito bidimensional, onde uma dimensão contém as propriedades primitivas da tonalidade e a outra corresponde aos relacionamentos espaciais entre elas. Apesar de não existir uma definição única e precisa, nem uma aproximação matemática formal para a quantificação da textura, as definições vistas anteriormente associam a textura à impressão de rugosidade e contraste criada pela variação tonal ou pela repetição de padrões visuais sobre uma região [10]. Esses padrões podem ser o resultado de propriedades físicas da superfície do objeto (rugosidade), ou ser o resultado de diferenças de reflexão tal como a cor na superfície.

[10] M. Tuceryan & A.K. Jain, "Texture Analysis", In: *Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*, World Scientific Publishing Company, Eds: C.H. Chen, L.F. Pau & P.S.P Wang, pp. 235–276, 1993. 10

A textura se caracteriza pela repetição de um modelo (texton) sobre uma região. Este modelo pode ser repetido de forma precisa ou com variações e ruídos sobre um mesmo tema. Tamanho, formato, cor e orientação dos elementos do modelo podem variar sobre as regiões caracterizando diversidade

de padrões de uma textura. A variação encontrada na forma como os “textons” se relacionam deve ser suficiente para diferenciar duas texturas. Uma região precisa possuir um tamanho grande o suficiente para exibir sua textura. Assim, este tamanho não pode ser pequeno se comparado com um “texton”. A definição básica de textura (texton) talvez seja a característica mais importante em um método de segmentação por textura. Especialmente quando o texton pode aparecer em resoluções ou escalas diferentes e sua caracterização como um diferencial ou não depende do contexto.

Algumas propriedades da textura são indicadas na literatura: Haralick [11] classifica as texturas como fortes ou fracas, sendo mais fortes quanto maior a sua regularidade, ou seja, a interdependência das primitivas de textura. Sonka [5], assevera que a descrição da textura é dependente de escala. Castleman [12] afirma que as texturas são quantificadas avaliando-se aspectos relativos à variação de tons de cinza em seções contidas na imagem.

[11] R. M. Haralick. “Statistical and Structural Approaches to Texture”. *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n° 5, pp. 786-80, 1979. 11

[12] K. R. Castleman. “Digital Image Processing”. 1ed., Prentice Hall Inc, New Jersey, 1996. 12

[5] M. Sonka, V. Hlava & R. Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. London: Chapman & Hall, 1993.

A análise de textura tem por objetivo estabelecer o relacionamento de vizinhança dos elementos de textura e seu posicionamento em relação aos demais (conectividade), o número de elementos por unidade espacial (densidade) e a sua regularidade (homogeneidade) [13]. Geralmente a análise de textura é utilizada para:

[13] S. Theodoridis, “Pattern Recognition”, Greece: Academic Press, 1999. 13

- Segmentação: divisão de uma imagem em regiões com mesmo perfil textural;
- Descrição: extração de características baseada na quantificação de seu conteúdo de textura para discriminação entre classes de objetos;
- Classificação: rotulação de uma região com determinada textura com base em exemplos de texturas conhecidas;
- Forma: empregar a informação de textura para derivar a geometria de uma superfície tri-dimensional;
- Réplica: descrever uma textura visando sua reprodução.

As três principais abordagens usadas para a descrição de texturas são a estatística, a estrutural e a espectral [8].

[8] R.C. Gonzalez & E.R. Woods, “Processamento de Imagens Digitais”, São Paulo: Edgard Blucher, 2000. 8

Na abordagem estatística a textura é definida por um conjunto de medidas locais extraídas do padrão. A abordagem estrutural utiliza a idéia de que texturas são compostas de primitivas dispostas de forma aproximadamente regular e repetitiva, de acordo com regras bem definidas. A abordagem espectral baseia-se em propriedades do espectro de Fourier, sendo principalmente utilizadas na detecção de periodicidade global, através da identificação de picos de alta energia no espectro da imagem.

A segmentação por textura é um assunto que ainda necessita de muita pesquisa. Diversos métodos de segmentação baseados neste conceito têm sido propostos [14] - [15].

[14] K. I. Chang, K. W. Bowyer & M. Sivagurunath, "Evaluation of Texture Segmentation Algorithms", *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* vol. 1, pp. 1294, 1999. 14

[15] T. Randen & J. H. Husoy, "Filtering for Texture Classification: A Comparative Study". *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(4), pp.291-310, 1999. 15

Tais métodos têm sido amplamente utilizados no meio científico e industrial, possuindo aplicações em sensoriamento remoto, medicina, controle de qualidade, recuperação de dados em bases gráficas, dentre outras [5].

[5] M. Sonka, V. Hlava & R. Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. London: Chapman & Hall, 1993.

Apesar da existência de vários métodos, nenhum deles é capaz de segmentar eficientemente todos os tipos de imagens [9]. Isto por que a caracterização de uma textura não é uma tarefa fácil, especialmente quando mais de uma banda espectral precisa ser considerada [16]. Várias dificuldades estão presentes, como por exemplo, à irregularidade (em brilho, matizes e bordas) de texturas naturais. Alguns desses métodos serão apresentados a seguir.

[9] J. Sklansky, "Image Segmentation and Feature Extraction", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 13, n°5, pp. 907—916, 1978 9

[16] E.R. Olsen, R.D. Ramsey & D.S. Winn, "A modified fractal dimension as a measure of landscape diversity". *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 59(10), pp.1517—1520, 1993. 16

## 1. DESCRITORES REGIONAIS BASEADOS EM TEXTURA

Segundo Gonzalez [8], as principais abordagens utilizadas para descrever texturas podem ser divididas em Estatísticas, Estruturais e Espectrais. Para Sonka [17], a abordagem estatística é a que tem sido mais amplamente utilizada, gerando resultados satisfatórios com um custo computacional reduzido.

[8] R.C. Gonzalez & E.R. Woods, "Processamento de Imagens Digitais", São Paulo: Edgard Blucher, 2000. 8

[17] M. Sonka, V. Hlavac & R. Boyle, "Image Processing, Analysis, and Machine Vision", 2nd ed., vol. 1, Pacific Grove: Brooks/Cole Publishing Company 770, 1999. 17

As *Abordagens Estatísticas* (momentos do histograma, matriz de co-ocorrência de níveis de cinza,

etc.) descrevem a textura através de grandezas que as caracterizam como suave, áspera, granular, etc.

As *Abordagens Estruturais* (conceitos estruturais) descrevem a textura como arranjos de primitivas da imagem. O modelo estrutural lida com o conceito de primitiva da textura (texton). Esta primitiva é um elemento fixo que se repete numa área da imagem.

As *Abordagens Espectrais* lidam com as regiões no domínio das frequências espaciais (espectro de Fourier). Através das propriedades do espectro de Fourier é possível identificar características como periodicidade global.

Haralick [7] propõe várias formas estatísticas para quantificar a textura de uma imagem, dentre elas: Funções de Autocorrelação (Autocorrelation Functions), Bordas Texturais (Textural Edgeness), Probabilidade de Co-ocorrência Espacial de Nível de Cinza (Spacial Gray Tone Coocurrence Probabilities) e Comprimento da Série de um Nível de Cinza (Gray Tone Run Lengths).

[7] R. M. Haralick, K. Shanmugan, & I. Dinstein, "Texture Features for Image Classification", *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, n° 6, pp.610-621, 1973. 7

As *Funções de Autocorrelação* permitem classificar as texturas como finas ou grossas a partir da medida de suas primitivas. Texturas finas possuem primitivas pequenas, enquanto texturas grossas, primitivas grandes.

*Bordas Texturais* permitem classificar as texturas como finas ou grossas a partir da quantidade de bordas por unidade de área. Texturas finas possuem um grande número de bordas por unidade de área, enquanto texturas grossas possuem um pequeno número.

*Probabilidade de Co-ocorrência Espacial de Nível de Cinza* também conhecida por matriz de co-ocorrência dos níveis de cinza, permite classificar as texturas como finas ou grossas a partir da co-ocorrência de seus níveis de cinza. Nas Texturas finas, os tons mudam rapidamente em função da distância, enquanto nas texturas grossas os tons mudam lentamente. Esta abordagem possui a vantagem de ser invariante às transformações na imagem, entretanto não permite revelar a forma da textura.

*Comprimento da Série de um Nível de Cinza* permite classificar as texturas como finas ou grossas a partir da quantidade de séries de um nível de cinza. Cada série, medida em uma das direções: horizontal, vertical ou diagonal, é composta por pixels linearmente adjacentes com mesmo nível de cinza. Texturas finas são caracterizadas por um grande número de séries de comprimento curto, enquanto texturas grossas, por um grande número de séries de comprimento longo.

Parker [2] aborda principalmente os seguintes métodos: Estatísticos, Margens e Texturas, Energia e Superfície. Dois Métodos estatísticos são sugeridos: os Momentos de Intensidade e a Matriz de Co-ocorrência dos Níveis de Cinza, já citada anteriormente.

[2] J. R. Parker, *Algorithms for Image Processing and Computer Vision*, Toronto: John Wiley & Sons, 1997. 2

Os *Momentos de Intensidade* (primeiro e segundo momento) podem ser utilizados para descrever as propriedades de uma textura. A partir do histograma de intensidade de uma região podem ser calculados os momentos deste histograma. O primeiro momento, média dos níveis de cinza, indica a média de intensidade da região; o segundo momento, desvio padrão, indica como estão distribuídas as intensidades iguais dentro da região.

*Margens e Texturas* visam isolar textons individuais e tratá-los como objetos, partindo da idéia de que uma textura é formada por um conjunto de textons. As margens poderiam ser localizadas a partir das transições dos níveis de cinza nos limites de um texton. Assim, as propriedades dos pixels marginais poderiam ser utilizadas para caracterizar a textura. A direção e densidade dos pixels marginais, por exemplo, poderiam ser utilizados para segmentar regiões. Mudanças bruscas de direção ou intensidade dos pixels marginais provavelmente indicariam o limite entre duas regiões. A utilização da informação da margem pode ser associado ao método de co-ocorrência de níveis de cinza potencializando os resultados em termos de habilidade de discriminação.

*Energia e Textura*, baseada na medida de energia de Laws, consiste numa coleção de máscaras de convolução especificamente para o propósito de computar a energia em uma textura. Filtros específicos são aplicados aos dados para extrair suas propriedades e de acordo com critérios pré-definidos, o significado dessas propriedades é calculado utilizando para isso, um método estatístico que computa a energia de uma região texturizada. O sucesso deste método para segmentar texturas o tornou padrão de comparação para novos algoritmos.

*Superfície e Textura* considera a imagem em níveis de cinza como uma superfície tridimensional, onde o nível de cinza é a terceira dimensão. No método de Dispersão de Vetor, a imagem de textura consiste em um conjunto de pequenos planos ou faces. A normal de cada plano da imagem é um vetor, e a variação nas direções normais para uma região de muitas faces produz uma avaliação que pode caracterizar a textura de uma região. O método de Dispersão de Vetor é na verdade uma primeira aproximação da imagem. Outro método, Curva e Superfície, trata a imagem como uma superfície polinomial, apresentando uma melhor aproximação às variações locais de formato.

A *Morfologia Matemática*, proposta por Matheron [18], consiste no deslocamento de um elemento estruturante, com uma forma geométrica qualquer, sobre a imagem binária gerando um nova imagem binária. Segundo Claro [19], propriedades texturais podem ser obtidas através da

parametrização do elemento estruturante e do número de elementos encontrados na nova imagem, em função desse parâmetro.

[18] G. Matheron, "Elements pour une Theorie des Milieux Poreux", Masso, 1967. 18

[19] L. O. T. Claro, "Textura de imagens utilizando conceitos de morfologia matemática". Dissertação de mestrado do CPERSM. 19

Métodos baseados em análises de multiresoluções estão sendo desenvolvidos sob a alegação de serem capazes de suprir as deficiências encontradas em técnicas anteriores. A principal justificativa é devido a estes métodos não possuírem recursos para caracterização eficiente da textura em diferentes escalas. Trabalhos recentes relatam o uso de transformações wavelet e fractais como solução para uma análise multi resoluções efetiva e consistente.

*Wavelets* modelam a textura no domínio da frequência espacial, segundo a aplicação de um banco de filtros sobre as regiões da imagem, obtendo como vetor de características as medidas de energia de cada sub-banda.

Duas propriedades principais caracterizam os *Fractais*: a auto-semelhança e a dimensão fractal. A auto-semelhança é uma característica que os objetos fractais possuem, de cada pequena porção sua, poder ser vista como uma réplica reduzida do todo. A dimensão fractal é uma medida que quantifica a densidade dos fractais no espaço métrico em que são definidas e pode ser utilizada para determinação da rugosidade de uma textura. Outro conceito importante é a lacunaridade, termo empregado para descrever as características de fractais com mesma dimensão e com aparências diferentes.

As próximas seções fornecerão um detalhamento maior sobre algumas destas técnicas utilizadas para descrição de texturas [20].

[20] E. O. Nunes & A. Conci, "Técnicas de Descrição Regional Baseadas em Textura", in: *Série Arquimedes*, vol. 2, Eds. J. M. Balthazar, G. N. da Silva, M. Tsuchida, M. Boaventura, L. S. Goes & J. D. S. Silva, 2003 20

## ABORDAGENS ESTATÍSTICAS

As abordagens estatísticas (funções de autocorrelação, momentos do histograma, matriz de co-ocorrência de níveis de cinza e medidas estatísticas) descrevem a textura através de grandezas que as caracterizam como suave, áspera ou granular.

## FUNÇÕES DE AUTOCORRELAÇÃO

A função de autocorrelação de uma imagem pode ser utilizada para detectar padrões repetitivos nos elementos de uma textura [7]. A autocorrelação  $\rho(dr, dr)$  de uma imagem  $N+1 \times N+1$ , para uma deslocamento  $d = (dr, dc)$ , é dada pela equação (1):

$$\rho(dr, dc) = \frac{\sum_{r=0}^N \sum_{c=0}^N I[r, c] I[r + dr, c + dc]}{\sum_{r=0}^N \sum_{c=0}^N I^2[r, c]} = \frac{I[r, c] \circ I_d[r, c]}{I[r, c] \circ I[r, c]} \quad (1)$$

Para texturas regulares, a função de autocorrelação caracteriza-se por ter picos e vales.

## MOMENTOS DO HISTOGRAMA

Momentos de Intensidade podem ser utilizados para descrever as propriedades de uma textura. A partir do histograma de intensidade de uma região é possível o cálculo dos momentos deste histograma. O primeiro momento, média dos níveis de cinza, indica a média de intensidade da região; o segundo momento, desvio padrão, indica como estão distribuídas as intensidades iguais dentro da região.

Basicamente, o método da média dos níveis de cinza consiste na substituição do valor do nível de cinza de cada pixel pela média obtida dos valores de uma janela  $M \times M$  centrada neste pixel. Em seguida, a imagem é delimitada em duas regiões usando os novos níveis médios. O primeiro momento não apresenta bons resultados quando as amostras estão normalizadas para os níveis de cinza, não sendo, portanto, recomendado para distinção entre texturas. O emprego do desvio padrão dos níveis de cinza apresenta melhor resultado.

O histograma  $pf(z)$  de uma imagem digital  $f$  fornece a freqüência com que cada nível de cinza  $z$  ocorre em  $f$ . Ele fornece uma estimativa da densidade de probabilidade dos níveis de cinza no conjunto de imagens do qual  $f$  é uma amostra. Medidas estatísticas calculadas sobre o histograma nos dão informações gerais sobre esta população de níveis de cinza [21].

[21] A. Rosenfeld & A. C. KAK. "Digital picture processing". San Diego: Academic Press, 1982. 21

Algumas medidas utilizadas são os momentos do histograma. O  $n$ -ésimo momento do histograma pode ser calculado pela equação (2):

$$\mu_n(z) = \sum_{i=1}^L (z_i - m)^n p(z_i) \quad (2)$$

em que  $m = \sum_{i=1}^L z_i p(z_i)$  é a média do histograma,  $z_i$  é o nível de cinza  $i$  e  $L$  é a quantidade de níveis de cinza da imagem. Pela equação acima,  $\mu_0 = 1$  e  $\mu_1 = 0$ . O segundo momento é a variância ( $\sigma^2(z)$ ), grandeza que pode ser utilizada para medir a textura através do descritor de suavidade relativa  $R$ , equação (3):

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)} \quad (3)$$

Esta medida possui valor 0 para áreas de intensidade constante ( $\sigma^2(z) = 0$ , se todos os  $z_i$ 's possuem o mesmo valor), e se aproxima de 1 para grandes valores de  $\sigma^2(z)$ .

### MATRIZ DE CO-OCORRÊNCIA DE NÍVEIS DE CINZA

O cálculo dos momentos de intensidade possui a vantagem de ser fácil de realizar, mas não oferece nenhuma informação sobre a natureza repetitiva da textura. Um método estatístico que soluciona este problema é a **Co-ocorrência de Níveis de Cinza**, proposto por Haralick [7], que consiste em experimentos estatísticos realizados sobre como um certo nível de cinza ocorre em relação a outros níveis de cinza.

[7] R. M. Haralick, K. Shanmugan, & I. Dinstein, "Texture Features for Image Classification", *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, n° 6, pp.610-621, 1973. 7

A ocorrência de níveis de cinza pode ser descrito através de uma matriz de freqüências relativas chamadas de matriz de co-ocorrência. Uma matriz de co-ocorrência contém informações sobre as posições dos pixels que tem valores similares de níveis de cinza. Para isso são empregadas múltiplas matrizes, uma para cada direção de interesse (horizontal, vertical e as duas diagonais). Essas matrizes são analisadas e são computados valores numéricos, denominados de descritores, que encapsulam a informação. Para construir esta matriz define-se um operador  $P(d, \theta)$  que estabelece um deslocamento  $d$  na direção  $\theta$ , conforme a figura 2.

$A$  é uma matriz  $k*k$  onde  $k$  é o número de tons possíveis na imagem. Cada elemento  $a_{i,j}$  é o número de vezes que um ponto com o tom  $i$  aparece na posição específica por  $P(d, \theta)$  relativamente a um ponto com o tom  $j$ . Por exemplo, considerando a imagem 6x5 da figura 3, com dois tons (0 e 1) e o operador  $P(1, 3\pi/4)$ :

P (1, 3π/4)

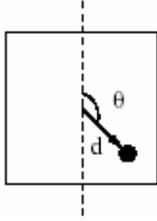


FIGURA 2 – Operador P (d, θ)

0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0

FIGURA 3 – Matriz 6x5

A matriz de co-ocorrência correspondente é representada por:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

O elemento  $a_{0,0}$  (canto superior esquerdo), por exemplo, representa o número de vezes que um elemento com o tom 0 aparece à distância 1 e à direita e abaixo de outro ponto com o tom 0. Um fato importante a destacar é que o tamanho da matriz de co-ocorrência depende do número de tons. Para manter este tamanho dentro dos limites manuseáveis é usual diminuir o número de tons possíveis em cada imagem.

A matriz de co-ocorrência  $A$  não caracteriza univocamente as texturas, mas a comparação de algumas medidas extraídas destas matrizes ajuda a averiguar a similaridade de duas texturas. Por exemplo, a presença de valores elevados na diagonal principal de  $A$  indica a presença de faixas na imagem com direção igual a  $\theta$  e espessura inferior a  $d$ . A matriz de co-ocorrência normalizada  $C$  pode ser obtida dividindo cada elemento de  $A$  pelo número de pares de pontos na imagem que satisfaçam  $P(d, \theta)$ , equação (4):

$$C(i, j) = \frac{a_{i,j}}{\sum_{i,j} a_{i,j}} \quad (4)$$

A matriz de co-ocorrência por si só não nos dá uma quantificação da textura. Para obter essa quantificação, podem ser extraídas desta matriz várias feições que irão quantificá-la, dependendo do aspecto de interesse. Haralick [7] propõe 28 feições de textura que podem ser extraídas das matrizes de co-ocorrência. Normalmente, a escolha dos descritores a serem adotados baseia-se em testes

empíricos sobre um domínio específico, verificando-se quais deles produzem resultados mais satisfatórios. Como exemplo, os seguintes descritores podem ser utilizados, Tabela I:

[7] R. M. Haralick, K. Shanmugan, & I. Dinstein, "Texture Features for Image Classification", *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, n° 6, pp.610-621, 1973. 7

TABELA I - DESCRITORES DE TEXTURA

<b>Descritor (significado)</b>	<b>Equação</b>	<b>Descritor (significado)</b>	<b>Equação</b>
Variância (contraste da imagem)	$\sum_i \sum_j (i-j)^2 C(i, j)$	Homogeneidade (distribuição de pixels)	$\frac{\sum_i \sum_j C(i, j)}{(1 +  i-j )}$
Entropia (suavidade)	$\sum_i \sum_j C(i, j) \log C(i, j)$	Momento 3ª ordem (distorção da imagem)	$\sum_i \sum_j (i-j)^3 C(i, j)$
Energia (uniformidade)	$\sum_i \sum_j C^2(i, j)$	Variância Inversa (inverso de contraste)	$\frac{\sum_i \sum_j C(i, j)}{(i-j)^2}$

## TRANSFORMAÇÃO TEXTURAL

Segundo Iron [22], a textura em imagens multiespectrais é um dado tipicamente qualitativo e em geral realçado por equações matemáticas de transformação textural.

[22] J. Iron & G. Peterson. "Texture Transform of Remote Sensing Data". *Remote Sensing for Environment*. vol. 11, pp.359-379, 1981 22

Na transformação textural cada pixel da imagem representa um ponto central onde as medidas de distribuição dos níveis de cinza serão determinados numa janela móvel ( $m \times n$ ) na imagem. Considerando uma imagem  $I$ ,  $I(i, j, \lambda)$ , onde  $i, j, \lambda$  são linha, coluna e nível de cinza, respectivamente para uma banda qualquer. A transformação textural produz uma banda adicional com  $I(i, j, K)$  que caracteriza a nova distribuição espacial do nível de cinza em torno do pixels  $(i, j)$  para a janela  $(m, n)$ . Em uma imagem multi-banda (Landsat, Radarsat) para cada banda haverá uma banda resultante da transformação textural, possibilitando que estes novos arquivos possam ser combinados para uma melhor percepção dos padrões da imagem.

As principais equações aplicadas em janelas móveis em imagens de radar e multiespectrais são: Média Euclidiana (5), Variância (6), Skewness (7), Curtose (8), Intervalo (9) e Média Quadrática (10).

## Média Euclidiana

$$Md = \frac{\sqrt{\sum \sum \lambda (X_{c\lambda} - X_{ij,\lambda})^2}}{N-1} \quad (5)$$

Onde  $X_{ij,\lambda}$  é o nível de cinza para banda  $\lambda$  para o pixel  $i, j$ ,  $X_{c,\lambda}$  é o valor do nível de cinza da banda  $\lambda$  para o pixel central da janela e  $N$  é o número de pixels da janela.

## Variância

$$V = \frac{\sum (X_{ij,\lambda} - M)^2}{N-1} \quad (6)$$

Onde  $X_{ij,\lambda}$  é o nível de cinza para banda  $\lambda$  para o pixel  $i, j$  e  $M$  é o valor da média da janela móvel

$$\left( \frac{\sum (X_{ij})}{N} \right).$$

## Skewness (assimétrico)

$$K = \frac{|\sum (X_{ij,\lambda} - M)^3|}{(N-1)(V)^{3/2}} \quad (7)$$

Onde  $X_{ij,\lambda}$  é o nível de cinza para banda  $\lambda$  para o pixel  $i, j$ ,  $M$  é o valor da média da janela móvel

$$\left( \frac{\sum (X_{ij})}{N} \right) \text{ e } V \text{ é a variância.}$$

## Curtose

$$C = \frac{|\sum (X_{ij,\lambda} - M)^4|}{(N-1)(V)^2} \quad (8)$$

Onde  $X_{ij,\lambda}$  é o nível de cinza para banda  $\lambda$  para o pixel  $i, j$ ,  $M$  é o valor da média da janela móvel

$$\left( \frac{\sum (X_{ij})}{N} \right) \text{ e } V \text{ é a variância.}$$

## Intervalo

$$I = \text{Max}(X_{ij}) - \text{Min}(X_{ij}) \quad (9)$$

Onde  $Max[X_{ij}]$  é o valor máximo da janela e  $Min[X_{ij}]$  o valor mínimo da janela.

### Média Quadrática

$$MQ = \frac{\sum (X_{ij,\lambda} - X_c)^2}{N-1} \quad (10)$$

Onde  $X_c$  é o nível de cinza do pixel central da janela e  $X_{ij,\lambda}$  é o nível de cinza para banda  $\lambda$  para o pixel  $i, j$ .

## ABORDAGEM ESTRUTURAL

As abordagens estruturais exploram a noção da primitiva da textura [23]. A primitiva de textura é a estrutura geométrica básica que forma a textura. Nesta abordagem um conjunto de pixels é caracterizado pelos seus atributos, onde o pixel com o seu atributo nível de cinza é a mais simples forma de primitiva da textura, e a mais complexa primitiva é um conjunto conectado de pixels homogêneos em seu valor. A análise estrutural obtém os elementos de textura presentes na imagem, determinando seus formatos e estimando as regras de posicionamento. Essas regras descrevem como os elementos de textura são colocados em relação aos demais. A abordagem estrutural trata dos arranjos de primitivas de imagem e pode ser utilizada sempre que os elementos da textura forem claramente identificáveis [24].

[23] R. M. Haralick & L.G. Shapiro. "Texture". In: *Computer and robot vision*, New York: Addison-Wesley Publishing Company, vol.1, pp. 453-494, 1992. 23

[24] R. Jain, R. Kasturi, G. Brian. "Machine Vision". New York: McGraw Hill, 1995. 24

Se a extração de um conjunto razoável de primitivas de texturas for possível, a descrição da textura pode ser feita a partir de estatísticas de propriedades destas primitivas (média ou desvio padrão de seu nível de cinza médio, área, perímetro, orientação, etc). Uma idéia mais simples é extrair blocos de homogeneidade máxima e descrever a textura em termos de estatística dos tamanhos dos blocos. Uma descrição hierárquica pode ser feita, considerando que as primitivas podem ser compostas de sub-primitivas. Neste caso, a estrutura é descrita através de gramáticas estocásticas, nas quais as regras a serem aplicadas são escolhidas com base em uma função densidade de probabilidade [25].

[25] A. Rosenfeld & A.C. Kak. "Digital Picture Processing". San Diego: Academic Press, 1982. 25

Quando a textura é descrita através de uma abordagem estrutural, a idéia básica é a de que uma primitiva de textura simples pode ser usada na formação de padrões complexos de textura através de regras que limitem o número de arranjos possíveis [8]

[8] R.C. Gonzalez & E.R. Woods, "Processamento de Imagens Digitais", São Paulo: Edgard Blucher, 2000. 8

Por exemplo, considere que a primitiva de textura é um círculo e foram definidas as seguintes regras:

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow bA$

$A \rightarrow cA$

$A \rightarrow c$

$A \rightarrow bS$

$S \rightarrow a$

Sendo que o significado de cada primitiva é:

a = círculo à direita

b = círculo abaixo

c = círculo à esquerda

À partir do conjunto de regras, é possível gerar a cadeia aaabccbbaa que corresponde a uma matriz 3x3 de círculos, figura 4:

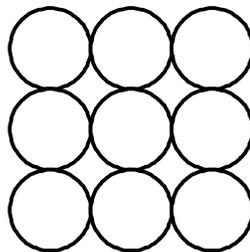


FIGURA 4 – Operador P (d,  $\theta$ )

## ABORDAGEM ESPECTRAL

A abordagem espectral baseia-se em propriedades do espectro de Fourier, sendo usadas

basicamente na detecção de periodicidade global em uma imagem através da identificação de pixels de alta energia no espectro. O espectro de Fourier pode ser utilizado para descrição de textura devido a algumas características como: picos proeminentes no espectro fornecem a direção dos padrões de textura; e posição dos picos no plano da frequência fornece o período espacial fundamental dos padrões [8].

*[8] R.C. Gonzalez & E.R. Woods, "Processamento de Imagens Digitais", São Paulo: Edgard Blucher, 2000. 8*

Uma possível simplificação do espectro de Fourier para a análise de textura é definir a imagem através de duas funções, equação (11) e (12), obtidas do seguinte modo:

- Expressar o espectro de Fourier em coordenadas polares:  $S(r, \theta)$
- Dividi-la em duas funções unidimensionais:  $S_\theta(r)$  e  $S_r(\theta)$
- Integrar estas funções (para variáveis discretas):

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_\theta(r) \quad (11)$$

$$S(\theta) = \sum_{r=1}^R S_r(\theta) \quad (12)$$

sendo R o raio de uma circunferência centrada na origem.

Para cada par de coordenadas  $(r, \theta)$  haverá um par de valores  $S(r)$ ,  $S(\theta)$ . Variando-se essas coordenadas, é possível gerar funções unidimensionais  $S(r)$  e  $S(\theta)$ , que constituem descrições de energia espectral da textura para uma determinada imagem ou região. Além disso, os descritores das próprias funções podem ser calculados para uma caracterização quantitativa. Descritores tipicamente utilizados com essa finalidade são a posição do valor mais alto, a média e a variância da amplitude e as variações axiais, e a distância entre a média e o maior valor da função.

As figuras 5, 6 e 7 ilustram o uso das equações  $S(r)$  e  $S(\theta)$  para a descrição global de textura. A figura 5 apresenta a imagem com uma textura periódica e seu espectro correspondente.

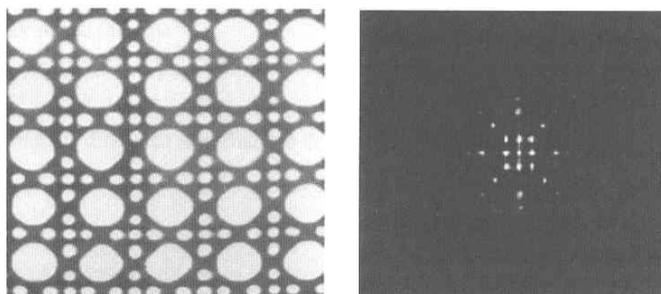


FIGURA 5 - Imagem com uma textura periódica e espectro de Fourier correspondente.

A figura 6 apresenta Gráficos de  $S(r)$  e de  $S(\theta)$ , respectivamente. No gráfico de  $S(r)$ , são observados alguns picos, indicando a presença de algum tipo de textura. No de  $S(\theta)$ , ocorrem picos de  $45^\circ$  em  $45^\circ$  que corresponde à periodicidade no conteúdo de textura da imagem.

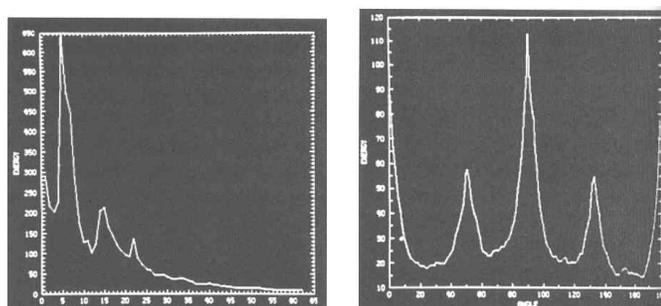


FIGURA 6 - Gráficos de  $S(r)$  e de  $S(\theta)$ , respectivamente

Considerando a imagem da figura 7 e seu correspondente gráfico  $S(\theta)$ , por exemplo, é possível verificar picos de  $90^\circ$  em  $90^\circ$ , pois a textura ocorre mais fortemente na vertical e horizontal. Assim, a análise dos gráficos  $S(\theta)$  de texturas distintas pode ser empregada para diferenciar padrões diferentes de textura.

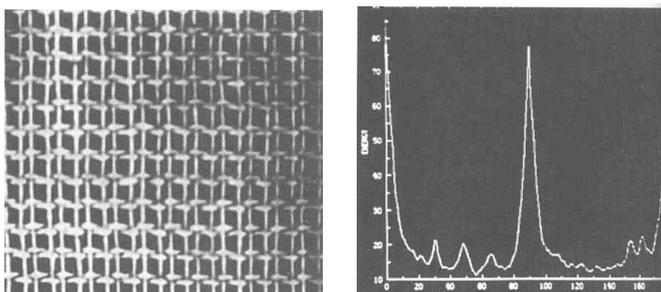


FIGURA 7 - Imagem e gráfico de  $S(\theta)$

Uma estratégia para classificação de texturas seria utilizar análise no domínio de Fourier para identificar as frequências espaciais mais representativas de cada classe (amostras de texturas). A energia mais alta e a condição de estar presente em apenas uma classe pode ser empregada para fins de discriminação entre as classes. Cabe destacar, entretanto, que cenas naturais possuem texturas

muito complexas que requerem um grande número de frequências em sua caracterização. Desta forma, existe uma alta possibilidade de que várias das frequências espaciais selecionadas num experimento estejam também presentes em outras classes de texturas com um nível mais baixo de energia o que resulta numa perda da exatidão no processo de classificação.

## MORFOLOGIA MATEMÁTICA

Um método potente para caracterizar texturas através da morfologia matemática consiste em realizar várias operações de erosão e dilatação de regiões e analisar seus resultados. Por exemplo, uma série de aberturas com um elemento estruturante “círculo” pode ser realizada sobre uma imagem que representa a textura. O raio do elemento estruturante inicialmente definido por  $h_{min}$  pode ser incrementando em cada abertura realizada até um certo  $h_{max}$ . Uma vez aplicada a abertura da imagem, se calcula a área da imagem resultante, em seguida divide-se esta área pela área da imagem original. Com os valores obtidos pelo cálculo com diferentes raios do elemento estruturante é possível obter uma distribuição de probabilidade que pode ser utilizada como descritor da imagem.

## WAVELETS

Wavelets representam uma forma alternativa de análise no espaço de escala. Wavelet é um método de transformação de sinais e por extensão um método geral de transformação de funções dependentes de tempo ou espaço. Há dois tipos principais de transformações: a Transformada Wavelet e a Transformada de Wavelet Packets [29], [30].

- [26] I. Daubechies, “Orthonormal bases of wavelets with finite support – connection with discrete filters” Springer Verlag, Alemanha, 1988. 29  
[27] I. Daubechies, “Orthonormal bases of compactly supported supported wavelets” Communications in Pure and Applied Mathematics, vol. 41, pp. 909-996, 1988. 30

Em contraste com a tradicional Transformada de Fourier, onde as funções básicas são definidas somente pelo parâmetro frequência, na transformada de wavelets, as funções básicas são definidas por dois parâmetros: posição e escala. Isto permite a análise de fenômenos locais de uma função através da utilização de muito menos graus de liberdade. A transformada de wavelet packets utiliza, além de informações de posição e escala, também a frequência como um grau de liberdade adicional nas funções-base.

As maiores capacidades de análise dos wavelets em relação à transformada de Fourier são atingidas através da utilização de uma função, que pode ser quase qualquer uma, denominada wavelet que é

escalonada (dilatação) e movida (translação) durante a transformação de wavelets. Isto permite que características de um sinal examinado sejam extraídas em função de determinada posição e tamanhos desejados. Como na transformada de Fourier somente a variação das frequências de funções seno e cosseno é possível, as características de posição do sinal são perdidas através da periodicidade dessas funções [28].

[28] A. V. Wengenheim, "Morfologia Matemática", disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~awangenh>. 28

A definição de uma transformada de wavelets, considerando um sinal contínuo  $f(t)$ , é dada pela equação (15):

$$F(a,b) = \int f(t) \psi_{a,b}(t) dt \quad (15)$$

Nesta equação os parâmetros  $a$  e  $b$  variam continuamente em  $\mathfrak{R}$ , sendo que as funções  $\psi_{a,b}$  são denominadas wavelets e definidas pela equação (16) :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (16)$$

A transformada de wavelets para sinais discretos é definida pela equação (17) :

$$F_{m,n}(a,b) = a_0^{-m/2} \int f(t) \psi(a_0^{-m}t - nb_0) \quad (17)$$

Pode-se perceber que o comportamento desta função está baseada em dilatações e translações a partir de uma wavelet mãe  $\psi$  sendo que  $m, n \in \mathbb{Z}$  e  $a_0, b_0$  são constantes. Em ambos os casos, essa wavelet mãe, deve satisfazer a propriedade:  $\int \psi(t) dt = 0$

Observando a equação 9, percebe-se que a transformada de wavelets depende de dois parâmetros  $a$  e  $b$ , que correspondem às informações de escala e tempo respectivamente [31] [32].

[28] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", vol. 61, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Rutgers University and AT&T Bell Laboratories, 1992. 31

[29] J. Gomez, L. Velho & Siome Goldenstein, "Wavelets: Teoria, Software e Aplicações" 21 Colóquio Brasileiro de Matemática, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio Janeiro - Brasil, 1997. 32

## Wavelets de Gabor

A transformada wavelets de Gabor (Gabor Wavelets Transform - GWT) [33], tem conseguido resultados promissores quando utilizadas em aplicações de reconhecimento de textura e objetos

[34]. A média e o desvio-padrão dos coeficientes das GWT foram usados com sucesso na recuperação de imagens baseadas na textura [34] e [35].

[30] D. Gabor, "Theory of Communication", *J.IEE(London)*, 93, Part III(26), pp.429–457, 1946. 33

[31] B.S. Manjunath & W.Y. Ma. "Texture Features for Brownian and Retrieval of Image Data". *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol.18, pp. 837–842, 1996. 34

[32] A. Jain & G. Healey. "A Multiscale Representation Including Opponent Color Features for Texture Recognition". *IEEE Transactions in Image Processing*, 7(1), pp.124–128, 1998. 35

Uma função bi-dimensional de Gabor  $\psi(x, y)$ , usada como a wavelet mãe, é definida pela equação (18):

$$\psi(x, y) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \right) \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right) + 2\pi j W x \right] \quad (18)$$

onde  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  são os desvios-padrões de  $\psi_{x,y}$  ao longo dos eixos x e y, respectivamente. A constante W determina o comprimento de banda de frequência dos filtros.

As funções de Gabor formam um conjunto de bases completo, mas não ortogonal,. Usando estas bases, expande-se o sinal que fornece uma descrição de frequência localizada. Isto faz com que as funções Gabor sejam bem reconhecidas pela ótima localização de tempo-frequência [36]. As wavelets de Gabor podem ser interpretadas como um conjunto de funções Gabor com distintos centros de frequência e orientações, figura 4.

[33] G. M. Stéphane, "A Wavelet Tour of Signal Processing". *Academic Press*, 2nd. edition, 1999. 38

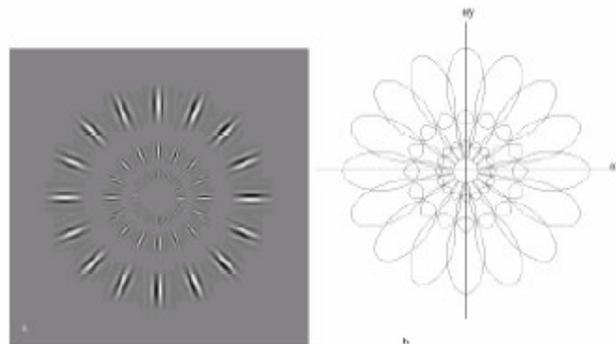


FIGURA 4: (a) Conjunto de wavelets Gabor (comprimento de banda octal de 1.5)  
(b) Cobertura no plano de frequência espacial.

## FRACTAIS

A Geometria Fractal possibilita quantificar a textura a partir de propriedades principais dos objetos fractais: a auto-semelhança, a dimensão fractal e a lacunaridade [37].

[34] B.B. Mandelbrot, *"The Fractal Geometry of Nature"*, San Francisco, 1982. 37

A auto-semelhança é uma característica que os objetos fractais possuem de cada pequena porção sua poder ser vista como uma réplica reduzida do todo. A dimensão fractal é uma medida que quantifica a densidade dos fractais no espaço métrico em que são definidos e serve para compará-los. E a lacunaridade é um termo para descrever as características de fractais com mesma dimensão e com aparências diferentes.

Segundo Parker [2], a geometria fractal destaca-se dentre as diversas abordagens possíveis para análise textural. Sua utilização para caracterização de texturas é uma área nova e promissora, pois permite identificar e classificar texturas com grande simplicidade e eficiência.

[2] J. R. Parker, *Algorithms for Image Processing and Computer Vision*, Toronto: John Wiley & Sons, 1997. 2

A dimensão fractal é amplamente utilizada para determinação da rugosidade da superfície terrestre, na classificação de imagens, na distinção entre tipos de paisagens, na detecção de bandas espectrais ruidosas, na determinação da escala operacional de fenômenos naturais em imagens digitais, na análise da diversidade da paisagem, na análise dos efeitos da conversão de dados em sistemas de informações geográficas, no escalonamento aplicado às extensões espaciais em sensoriamento remoto, na análise de superfícies fraturadas, desgaste e erosão, corrosão, dentre outras.

Existem na literatura diversos métodos para estimar a dimensão fractal (DF). Pentland [38] sugeriu um método de calcular DF usando transformadas de Fourier do espectro de superfície de intensidade cromática da imagem. O Coeficiente de Hurst [39], [40] pode ser empregado como uma aproximação da dimensão fractal para imagens em níveis de cinzas. **O Teorema Box Counting** [41] Peleg et al [42] foram os primeiros que estenderam a idéia de Mandelbrot [37] considerando uma imagem como uma superfície de terreno cuja altura é proporcional ao valor do nível de cinza. Voss [43] associou o nível de cinza a probabilidade e a contagem de "caixas" com o processo de calcular a probabilidade. Sarkar e Chaudhuri [44] descreveram uma aproximação eficiente denominado Diferencial Box-Counting (DBC), que computa as diferenças e dá resultados satisfatórios em todo o alcance de DF. Embora o método de DBC dê uma estimativa muito boa da DF, Conci e Proença [45] propuseram algumas simplificações computacionais e melhorias no tempo de cálculo. O método **CDC (Contagem de D -Cubos)** proposto por Nunes e Conci [46] - [50] para se determinar a dimensão fractal de imagens multidimensionais é uma extensão dos conceitos expostos pelos outros métodos, com a vantagem de permitir calcular a dimensão fractal de imagens de qualquer dimensão.

- [35] A. P. Pentland, "Fractal based description of natural scenes", *IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intell.*, vol. 6, pp.661-674,1984. 38
- [36] H. E. Hurst, R.P Black & Y.M. Simaika, "Long-term storage: an experimental study". Constable, London, 1965. 39
- [37] E. O.Nunes & A. Conci, "O Coeficiente de Hurst e o Coeficiente de Variação Espacial na Segmentação de Texturas Multiespectrais", *Anais do DINCON 2005, 4º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, Série Arquimedes*, vol. 4, Eds. J. M. Balthazar, G. N. da Silva, M. Tsuchida, M. Boaventura, L. S. Goes & J. D. S. Silva, 2005, pp. 1067-1075. 40
- [38] **Teorema Box Counting 41**
- [39] S. Peleg, J. Naor, R. Hartley & D. Avnir, "Multiple resolution texture analysis and classification", *IEEE Trans Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 6, pp. 518—523, 1984. 42
- [40] R. Voss, "Random fractals: Characterization and measurement", in *Scaling Phenomena in Disordered Systems*, Eds. R. Pynn & A. Skjeltop, Plenum, 1986. 43
- [41] N. Sarka & B.B. Chaudhuri, "An efficient differential box-counting approach to compute fractal dimension of image", *IEEE Trans. on Systems. Man and Cyber.*, vol. 24, n<sup>o</sup>1, pp. 115—120, 1994. 44
- [42] A. Conci & C.B. Proenca, "A fractal image analysis system for fabric inspection based on a box-counting method", *Computer Networks and ISDN Systems, Elsevier Science*,30, Issue(20-21), pp. 1887-1985, 1998. 45
- [43] A.Conci & E.O.Nunes. "Multi-bands Image Analysis Using Local Fractal Dimension". *Proceedings of SIBIGRAPI Brazilian Symposio on Computation Graphics*, pp. 91-98, Florianópolis: Image Proc. and Vision, 2001. 46
- [44] E.O. Nunes & A.Conci. "Determinação da Dimensão Fractal de Conjunto de Pontos à Imagens de Satélites", *Anais do 1º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle (APPLICON) da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), São Carlos, Anais, 2001* 47
- [45] E.O.Nunes & A. Conci, "Segmenting Multi Bands Images by Color and Texture Analysis", in B. Simak & P. Zahradnik, Eds. *Recent Trends in Multimedia Information Processing*, pp. 231-234, 2003. 48
- [46] E.O.Nunes & A.Conci. "Texture Segmentation Considering Multi Band, Multi Resolution and Affine Invariant Roughness," *XVI Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI'03)*, pp. 254-258, 2003. 49
- [47] E.O.Nunes. "Emprego da Dimensão Fractal para Análise de Texturas em Imagens Multiespectrais". *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense, Niterói. 2001.* 50
- [37] B.B Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature", San Francisco, 1982. 37

## ESTIMANDO A DIMENSÃO FRACTAL EM IMAGENS BINÁRIAS

O **Teorema da Contagem dos Cubos** (Box Counting Theorem) oferece um método simples para estimar a dimensão fractal de imagens binárias (2D). Para exemplificar a técnica será considerado o conjunto indicado por  $A$  na figura 5, onde  $A$  pode ser visto como a fractal triângulo de Sierpinsky.

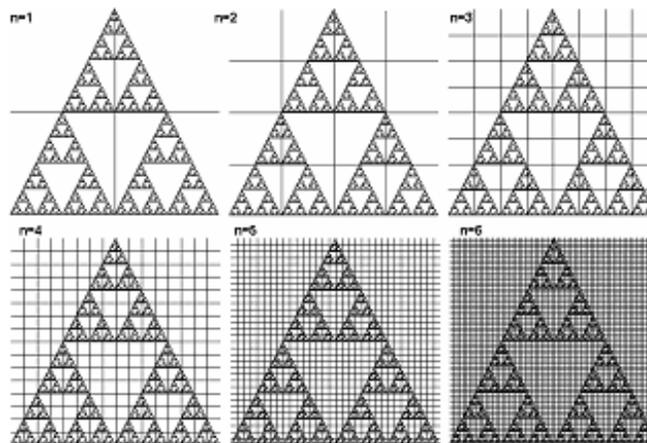


FIGURA 5 - Divisão Recursiva da Imagem Triângulo de Sierpinsky

Um sistema de coordenadas cartesianas é montado e, é realizada uma contagem do número de “quadrados” de área  $N_n(A)$  de lado  $1/2^n$  o qual “cobre”  $A$ , equação (19):

$$DF(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_n(A))}{\log(2^n)} \quad (19)$$

Pode-se obter valores satisfatoriamente exatos de  $N_n(A)$  para  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  e 6. Esses valores

dependem da escolha do sistema de coordenadas e estão presentes na Tabela II .

TABELA II - Cálculo experimental da DF do triângulo de Sierpinsky

N	$N_n (A)$	$2^n$	$\log N_n (A)$	$\log 2^n$
1	4	2	1,386	0,693
2	12	4	2,484	1,386
3	36	8	3,583	2,079
4	108	16	4,682	2,772
5	324	32	5,780	3,465
6	972	64	6,879	4,158

Colocando os valores logaritmos da Tabela II em um eixo cartesiano, como ilustrado na figura 6, obteremos uma seqüência de pontos próxima a uma reta. Fazendo uma regressão linear, tem-se uma reta; a inclinação desta reta é a medida da dimensão fractal  $DF (A) \cong 1,585$ , em uma variação nos limites dos lados entre 1 e  $1/64$  unidades.

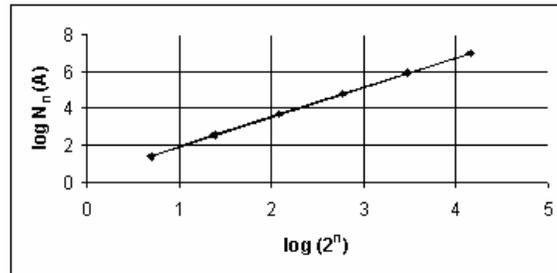


FIGURA 6 - Gráfico de Log (  $N_n (A)$  )  $\times$  Log (  $2n$  ).

## GEOMETRIA FRACTAL PARA ANÁLISE DE TEXTURAS EM IMAGENS EM ESCALA DE CINZA

O **Método Box-Couting (BC)** é uma extensão simples do teorema da contagem de cubos para estimar a dimensão fractal (DF) de imagens em escala de cinza. Este método considera a imagem como um objeto tridimensional (a terceira coordenada representa a intensidade do pixel) ou como uma superfície do terreno, cuja altura é proporcional ao valor da intensidade da imagem, como mostrado na figura 7. Assim, a DF de uma imagem em escala de cinza pode assumir valores no intervalo entre 2 e 3.

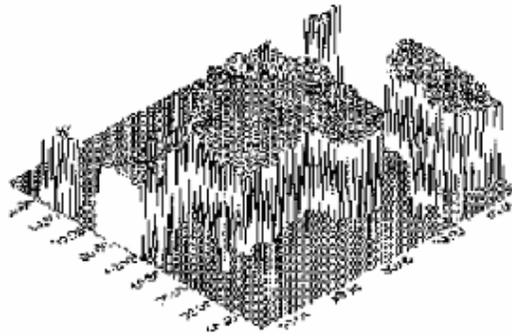


FIGURA 12 - Imagem como Objeto 3D

Considere que a imagem de  $M \times M$  pixels seja dividida em grades de pixels de  $s \times s$  e escalonada para baixo a razão  $r = s/M$ . Se  $G$  for o número total dos níveis de cinza, então  $G/s' = M/s$ . Em cada grade haverá uma coluna de caixas de tamanho  $s \times s \times s'$ . Atribua o número 1, 2, ...  $n$  às caixas como mostrado na figura 13, a DF Box-Counting computada em cada banda é uma simples extensão, onde as caixas agora são elementos 3D e  $Nn(A)$  da equação (19) denotam o número de caixas de comprimento lateral  $l/2n$  que interceptam o conjunto  $A$ , também na direção da intensidade do pixel (terceira coordenada).

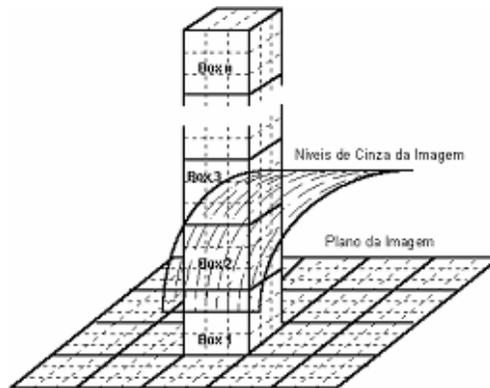


FIGURA 13 - Contagem de “Caixas”

O **Método Differential-Box-Counting** (DBC) é mais adequado do que a equação (19) para estimar a DF. Neste método, a medição da superfície de uma imagem em níveis de cinza é baseada numa extensão do método sugerido por Mandelbrot [37] para as medições do comprimento de curva. Quando utilizam-se superfícies e não mais curvas, todos os pontos no espaço tridimensional, a distância  $\epsilon$  da superfície, devem ser considerados, cobrindo a superfície com um “cobertor” de espessura  $2\epsilon$ . A área da superfície é igual ao volume ocupado pelo “cobertor” dividido por  $2\epsilon$ . A espessura do cobertor é definida por sua superfície superior  $u\epsilon$  e a superfície inferior  $b\epsilon$ .

[37] B.B. Mandelbrot, “The Fractal Geometry of Nature”, San Francisco, 1982. 37

Inicialmente, dado a função do nível de cinza  $g(i, j)$ , as superfícies superior e inferior na interação

zero, que corresponde a um “cobertor” de espessura zero serão:  $u_0(i, j) = b_0(i, j) = g(i, j)$ . Para outros valores de espessura do “cobertor”,  $\epsilon = 1, 2, 3, \dots$ , as superfícies cobertas inferiormente e superiormente são definidas pelas equações (20) e (21):

$$u_\epsilon = \max\{u_{\epsilon-1}(i, j) + 1, \max_{|(m, n) - (i, j)| \leq 1} u_\epsilon(m, n)\} \quad (20)$$

$$b_\epsilon = \max\{b_{\epsilon-1}(i, j) + 1, \min_{|(m, n) - (i, j)| \leq 1} b_\epsilon(m, n)\} \quad (21)$$

Onde  $|(m, n), (i, j)|$  é a distância entre os pixels  $(m, n)$  de uma imagem, seus vizinhos  $(i, j)$  que distam de  $(m, n)$  no máximo 1. Esses pixels são tomados como os quatro vizinhos mais próximos de  $(i, j)$ . Existem expressões semelhantes quando oito vizinhos são desejados. Será incluído no cobertor um ponto  $(x, y, f)$  quando  $b_\epsilon(x, y) < f \leq u_\epsilon(x, y)$ . Essa definição usa o fato de que o cobertor de uma superfície para o raio  $\epsilon$  inclui todos os pontos do cobertor para o raio  $\epsilon - 1$ , junto com todos os pontos dentro do raio 1 das superfícies deste cobertor. A equação (13), por exemplo, assegura que uma nova superfície superior  $u_\epsilon$  é maior do que  $u_{\epsilon-1}$  em pelo menos 1, e também dista de pelo menos 1 de  $u_{\epsilon-1}$  nas direções horizontal e vertical.

O volume do cobertor é computado de  $u_\epsilon$  e  $b_\epsilon$  pela equação (22):

$$v_\epsilon = \sum_{i, j} (u_\epsilon(i, j) - b_\epsilon(i, j)) \quad (22)$$

Uma ilustração unidimensional do processo é mostrada na figura 14.

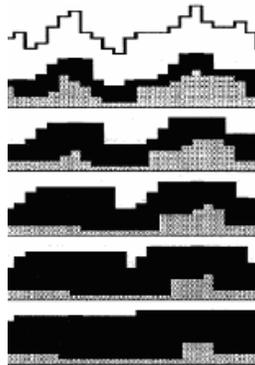


FIGURA 14 - Exemplo de Limites Superiores e Inferiores do “Cobertor” (Diversas Resoluções)

Com a área da superfície medida, com o raio  $\varepsilon$  toma-se o volume da camada adicionada pelo raio  $\varepsilon - 1$ , dividido por 2 para considerar ambas camadas (a superior e a inferior), equação (23):

$$A(\varepsilon) = \frac{(v_\varepsilon - v_{\varepsilon-1})}{2} \quad (23)$$

A área da superfície fractal se comporta de acordo com a equação (24) :

$$A(\varepsilon) = F \varepsilon^{2-D} \quad (24)$$

A dimensão fractal pode ser obtida através do ajuste de mínimos quadrados linear no gráfico de  $A(\varepsilon)$  versus  $\varepsilon$  numa escala log-log plotada a partir da equação (24), obtendo-se uma linha com inclinação  $2 - D$ .

O método DBC introduz esse conceito na equação (19) computando adequadamente  $N_n(A)$ . Seja  $k$  o nível de cinza mínimo da imagem na grade  $(i,j)$ , e  $l$  o nível de cinza máximo da imagem na grade  $(i,j)_n$ , na  $n$ -ésima interação, então a aproximação DBC na equação (25) é a espessura geral na grade  $(i,j)$ .

$$n_n(i,j) = l - k + 1 \quad (25)$$

Fazendo a soma das contribuições de todas as grades na interação  $n$ , equação (26):

$$N_n(A) = \sum n(i,j) \quad (26)$$

A DF pode ser estimada através do ajuste linear de mínimos quadrados no gráfico de  $\log(N_n(A))$  x  $\log(1/2n)$  contado para diferentes dimensões das caixas.

**O Método Diferencial Box-Counting Modificado (MDBC)** proposto por Conci e Proença [47] apresenta algumas simplificações computacionais e melhorias na eficiência do tempo do método DBC. No MDBC, o espaço onde a imagem está modelada é subdividido em "boxes" de lados  $s \times s \times s'$ , onde  $S$  é um múltiplo do tamanho do pixel em  $(x,y)$  e  $s'$  é múltiplo do nível de cinza unitário na direção  $z$ . Uma imagem com tamanho  $M \times M$  pixels é dividida no plano  $x, y$  em grids de  $s \times s$  pixels, onde,  $M/2 \geq s > 1$  e  $s$  é um inteiro. Em cada grid há uma coluna de "boxes"  $s \times s \times s'$ , equação (27) :

[45] A. Conci & C.B. Proença, "A fractal image analysis system for fabric inspection based on a box-counting method", *Computer Networks and ISDN Systems, Elsevier Science*, 30, Issue(20-21), pp. 1887-1985, 1998. 45

$$DF_n = \frac{\log(N_n)}{\log(2^n)} \quad (27)$$

onde  $N_n$  é o número "boxes" (ou cubos) que interceptam a imagem representada.

O cálculo de  $N_n$ , equação (28), é feito com base nos tons de cinza dos pixels do grid  $(i,j)$  da seguinte forma: sejam  $Cinza\_Max(i,j)$  e  $Cinza\_Min(i,j)$  os valores máximo e mínimo dos tons de cinza da imagem no grid  $x, y$ .

$$N_n = \sum n_n(i, j) \quad (28)$$

$N_n$  é tomado para os diferentes valores de  $n$ , equação (29), isto é, para diferentes tamanhos de grids. Esta forma de contagem de  $N_n$  fornece uma melhor aproximação dos "boxes" que interceptam a superfície dos níveis de cinza da imagem.

$$n_n(i, j) = \frac{\text{int}(Cinza\_Maximo(i, j) - Cinza\_Minimo(i, j))}{s} + 1 \quad (29)$$

A dimensão fractal da imagem é estimada por média entre as  $DF_n$ . As parcelas  $Cinza\_max$  e  $Cinza\_min$ , no algoritmo implementado, correspondem às duas matrizes que armazenam as informações de tons máximo e mínimo da imagem à medida que cada pequeno grid de  $2 \times 2$  é "lido". Visando, principalmente, a eficiência computacional, uma imagem só é "lida" uma única vez e então, são armazenadas as matrizes  $Cinza\_max$  e  $Cinza\_min$ . Para uma imagem com tamanho  $M \times M$  são armazenadas inicialmente duas matrizes  $M/2 \times M/2$ . As intensidades de cinza da imagem não precisam ser "lidas" novamente, armazenadas em matrizes  $M \times M$  ou conservadas durante os cálculos. Esta implementação é particularmente importante em um processamento automático. O valor de  $M$  utilizado é 256, logo, as imagens processadas têm  $256 \times 256$  e 256 níveis de cinza. Caso alguma imagem tenha tamanho  $(x,y)$  maior que 256, ela é subdividida em  $256 \times 256$  para garantir a integridade do método. A partir da obtenção de uma imagem (seja armazenada em arquivo TIFF ou capturada pela câmera), o primeiro passo do método é gerar as duas matrizes de tamanho  $128 \times 128$  que são as matrizes  $Cinza\_max$  e  $Cinza\_min$ . Na primeira interação, onde as matrizes têm  $128 \times 128$ , é lido de cada matriz um "box"  $2 \times 2 \times 2$ . Com base nestes valores são calculados os  $n_7(i,j)$  - equação (29), os  $N_7$  - equação (28), o  $DF_7$  - equação (27) e novas matrizes  $Cinza\_max$  e  $Cinza\_min$  são geradas tendo agora o tamanho de  $64 \times 64$ . O limite para o término deste procedimento é o tamanho mínimo das matrizes definido em  $8 \times 8$ . Este limite foi fixado tendo em conta testes de avaliação do método que quantificaram este valor como recomendável [51]. Variações crescentes de  $n$

correspondem às variações dos grids de  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ ... $2n \times 2n$ . No procedimento implementado, a variação de  $n$  é decrescente. Na primeira interação temos  $n=7$ , grid de  $128 \times 128$  correspondentes às matrizes iniciais  $Cinza\_max$  e  $Cinza\_min$ .

[48] A. Conci & C.F.J. Campos, "An Efficient Box-Counting Fractal Dimension Approach for Experimental Image Variation Characterization", Proc. IWISP, Manchester, 665-668, 1996. 51

O **Coefficiente de Hurst** [39], definido pela equação (30), é uma aproximação da dimensão fractal que também pode ser empregado para quantificação da textura em imagens em níveis de cinzas.

$$D = \frac{\ln N}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (30)$$

[39] H. E. Hurst, R.P Black & Y.M. Simaika, "Long-term storage: an experimental study". Constable, London, 1965. 39

a equação emprega a intensidade de um conjunto de pixels de uma imagem I dividida em N partes idênticas não coincidentes e escalonadas por um fator de escala de  $r$ . Para exemplificar o cálculo do coeficiente de Hurst considere a Figura 15, que ilustra uma região de  $7 \times 7$  pixels com seus níveis de intensidade.

	0	1	2	3	4	5	6
0	85	70	86	92	60	102	202
1	91	81	98	113	86	119	189
2	96	86	102	107	74	107	194
3	101	91	113	<b>107</b>	83	118	198
4	99	68	107	107	76	108	194
5	107	94	93	115	83	115	198
6	94	98	98	107	81	115	194

FIGURA 15 - Região de  $7 \times 7$  Pixels para Cálculo do Coeficiente de Hurst

A figura 16 representa a distância euclidiana de cada pixel em relação ao pixel central, calculadas por meio da Equação (31). Para este textons de  $7 \times 7$ , existem oito grupos de pixels, correspondendo às oito diferentes distâncias possíveis.

$$d(x_c, y_c; x_i, y_i) = \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2} \quad (31)$$

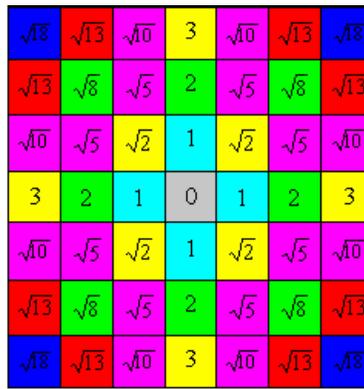


FIGURA 16 - Oito Grupos de Pixels Correspondentes às Distâncias

O primeiro passo no cálculo do coeficiente de Hurst é determinar a maior diferença de nível de cinza ( $\Delta g$ ) para cada classe de distância dos pixels. Neste exemplo, começando com os pixels distantes um ou menos do centro, o nível máximo é 113 e o mínimo é 83, ocorrendo uma diferença de 30. A próxima classe (distância= $\sqrt{2}$ ) tem o nível mínimo de 74, permanecendo o nível máximo em 113, portanto, uma diferença igual a 39. A terceira classe (distância =2) possui nível máximo igual a 118 e com nível mínimo permanecendo em 74, logo, uma diferença de nível de intensidade igual a 44. Este processo deve ser realizado sucessivamente para as oito classes de distâncias. Em seguida, devemos obter o logaritmo das distâncias e das diferenças de nível de cinza, conforme descrito na Tabela III. De posse destes dados, é possível plotar os pontos definidos pelo logaritmo das distâncias e pelo logaritmo das diferenças de nível de cinza num gráfico conhecido na literatura como gráfico de Richardson.

TABELA III - Distância e Diferença de Nível de Cinza para Região da Figura 16

Distância (d)	ln d	Diferença de nível de cinza ( $\Delta g$ )	ln $\Delta g$
$d = 1$	0.000	113-83=30	3.401
$d = \sqrt{2}$	0.346	113-74=39	3.663
$d = 2$	0.693	118-74=44	3.784
$d = \sqrt{5}$	0.804	118-68=50	3.912
$d = \sqrt{8}$	1.039	119-68=51	3.931
$d = 3$	1.098	198-68=130	4.867
$d = \sqrt{10}$	1.151	198-60=138	4.297
$d = \sqrt{13}$	1.282	198-60=138	4.297
$d = \sqrt{18}$	1,445	202-60=142	4.955

O próximo passo consiste em realizar o ajuste da reta ( $Y = bx+a$ ) definida pelos pontos de coordenadas (ln d; ln  $\Delta g$ ). Através do método dos mínimos quadrados se calcula os parâmetros “b” e “a”, Equação (32) e (33), da reta que minimiza as distâncias ou diferenças entre Y e Y’. Esta reta é chamada de curva de regressão. A Tabela IV apresenta os dados utilizados para o cálculo dos

parâmetros “a” e “b”.

$$b = \frac{n \sum \ln d \ln \Delta g - \sum \ln d \sum \ln \Delta g}{n \sum (\ln d)^2 - (\sum \ln d)^2} \quad (32)$$

$$a = \frac{\sum \ln \Delta g}{n} - b \frac{\sum \ln d}{n} \quad (33)$$

TABELA IV - Dados para Cálculo da Curva de Regressão

Interações	ln d	ln Δg	ln d ln Δg	(ln d) <sup>2</sup>
1	0,00000	3,40120	0,00000	0,00000
2	0,34657	3,66356	1,26969	0,12011
3	0,69315	3,78419	2,62300	0,48045
4	0,80472	3,91202	3,14808	0,64757
5	1,03972	3,93183	4,08800	1,08102
6	1,09861	4,86753	5,34753	1,20695
7	1,15129	4,92725	5,67271	1,32547
8	1,28247	4,92725	6,31908	1,64474
9	1,44519	4,95583	7,16209	2,08856
Σ	7,86173	38,37067	35,63019	8,59489
Σ/n	0,874	4,263		
N	9			

A linha neste caso tem a equação :  $Y = 1.2229x + 3.1952$ . O declive desta linha,  $b = 1.2229$ , é o coeficiente de Hurst.

A **Lacunaridade** é um termo para descrever as características de fractais com mesma dimensão e com aparências diferentes. Corresponde a uma medida baseada no grau de invariância a translação que um fractal apresenta. Enquanto a dimensão fractal mede o quão preenchido está o espaço, a lacunaridade quantifica como o espaço está preenchido, caracterizando a maneira como os pixels estão distribuídos e organizados em uma determinada região da imagem. A lacunaridade complementa a dimensão fractal, uma vez que fractais com a mesma dimensão podem apresentar diferentes valores para a lacunaridade [52].

[49] R.E. Plotnick, R.H. Gradner, W.W.Hargrove, K.Prestegaard & M.Perlmutter, “Lacunarity analysis: a general technique for the analysis of spatial patterns”, *Phys. Rev. E* 53 (5) 5461, 1996. 52

A Lacunaridade é obtida medindo-se a distribuição espacial dos buracos existentes na imagem. A comparação entre imagens é feita a partir da quantificação de sua homogeneidade [2] [52]. O Gliding-box [52], um dos algoritmos mais populares para se estimar a lacunaridade, estima a Lacunaridade empregando momentos de probabilidade de primeira e segunda ordem da imagem. De forma semelhante ao algoritmo BoxCounting, no Gliding-box uma caixa de lado  $r$  é colocada

sobre o canto superior esquerdo da imagem e o número de pontos da imagem é contado. Esse processo é repetido para todas as linha e colunas da imagem, produzindo uma distribuição de freqüência da massa da imagem. O número de caixas de lado  $r$  contendo uma massa  $S$  da imagem é designado por  $n(S,r)$ , sendo o total de caixas contadas designado por  $N(r)$ . Essa distribuição de freqüência é então convertida para uma distribuição de probabilidade  $Q(S,r)$ , equação (34):

$$Q(S,r) = \frac{n(S,r)}{N(r)} \quad (34)$$

O primeiro e o segundo momentos dessa distribuição são determinados pela equação (35) e (36):

$$Z^{(1)} = \sum S Q(S,r) \quad (35)$$

$$Z^{(2)} = \sum S^2 Q(S,r) \quad (36)$$

A lacunaridade para uma caixa de tamanho  $r$  é então definida pela equação (37) :

$$\Lambda(r) = \frac{Z^{(2)}}{(Z^{(1)})^2} \quad (37)$$

Alterando o tamanho da caixa utilizada no Gliding-box é possível obter outras características relativas a lacunaridade. Para emprego Gliding-box em imagens em tons de cinza, a intensidade de um pixel foi considerada como a altura daquele ponto da imagem. Assim, ao invés de se deslizar uma caixa de lado  $r$  por todas as linhas e colunas da imagem, desliza-se um cubo de lado  $r$  por todas as linhas, colunas e altura da imagem. Essa alteração produziu uma nova distribuição de freqüência da massa da imagem,  $n(S,r)$  e um novo  $N(r)$  que representa o total de cubos contados. No demais, o cálculo manteve-se inalterado.

### **Geometria Fractal para Análise de Texturas em Imagens Multiespectrais**

As seções anteriores descreveram alguns métodos conhecidos para determinação da dimensão fractal de imagens binárias e monocromáticas, modeladas respectivamente nos espaços  $R2$  e  $R3$ . Em síntese, estes métodos dividem recursivamente o espaço  $R2$  em partes quadradas de tamanho  $r$  (objeto bidimensional) ou o espaço  $R3$  em partes cúbicas de tamanho  $r$  (objeto tridimensional). Em seguida, realizam a contagem do número de quadrados ou cubos que estiverem interceptando as imagens binárias e monocromáticas, respectivamente. Generalizando, podemos supor que a determinação experimental da dimensão fractal de imagens multidimensionais (com múltiplos

canais) implicará na divisão recursiva do espaço  $Rd$  em partes d-cúbicas de tamanho  $r$ , seguido da contagem dos d-cubos que interceptarem a imagem.

O método CDC (Contagem de D -Cubos) proposto por Nunes e Conci [46] para se determinar a dimensão fractal de imagens multidimensionais é uma extensão dos conceitos expostos pelos outros métodos, com a vantagem de permitir calcular a dimensão fractal de imagens de qualquer dimensão.

*[46] A.Conci & E.O.Nunes. "Multi-bands Image Analysis Using Local Fractal Dimension". Proceedings of SIBIGRAPI Brazilian Symposium on Computation Graphics, pp. 91-98, Florianópolis: Image Proc. and Vision, 2001. 48*

Nas imagens binárias, o espaço  $R2$  é dividido por 2-cubos de lados iguais  $L1XL2$  de tamanho  $1/2n$ , onde  $L1$  e  $L2$  correspondem aos eixos das coordenadas  $x, y$  da matriz de pixels da imagem, e o número de  $R2$ -cubos que intercepta a imagem é contado.

Nas imagens monocromáticas, o espaço  $R3$  é dividido por 3-cubos de lados iguais  $L1XL2XL3$  de tamanho  $1/2n$ , onde  $L1$  e  $L2$  correspondem aos eixos das coordenadas  $x, y$  da matriz de pixels da imagem e  $L3$  corresponde ao nível da intensidade de cinza da imagem e o número de  $R3$ -cubos que intercepta a imagem é contado.

Para imagens coloridas, o espaço  $R5$  é dividido por 5-cubos de lados iguais  $L1XL2XL3XL4XL5$  de tamanho  $1/2n$ , onde  $L1$  e  $L2$  correspondem aos eixos das coordenadas  $x, y$  da matriz de pixels da imagem e  $L3, L4$  e  $L5$  são múltiplos do nível da cor no canal considerado (RGB) e o número de  $R5$ -cubos que intercepta a imagem é contado.

Nas imagens de satélite, conforme o número  $n$  de bandas espectrais consideradas, o espaço  $Rd$  é dividido por d-cubos de tamanho  $1/2n$  e o número de  $Rd$ -cubos que intercepta a imagem é contado.

O número de partes idênticas da divisão recursiva de um d-cubo, pode ser obtido pela equação (38):

$$N_{n,d-cubo} = 2^{dxn} \quad (38)$$

Onde  $d$  é a dimensão considerada e  $n$  é o número de divisões.

A dimensão fractal, então, pode ser obtida empregando-se a equação (39) :

$$DF_n = \frac{\log(N_{n,d-cubo})}{\log(2^n)} \quad (39)$$

onde  $N_{n,d-cubo}$  é o número  $d$ -cubos que interceptam a imagem representada, conforme equação (40):

$$N_{n,d-cubo} = \sum n_n(i, j) \quad (40)$$

O cálculo de  $N_{n,d-cubo}$  é feito com base nos tons de cinza dos pixels do grid  $(i, j)$ , em cada banda, por meio da equação (41) :

$$n_n = \frac{\text{int}(Cinza\_Maximo(i, j) - Cinza\_Minimo(i, j))}{s} + 1 \quad (41)$$

Onde,  $Cinza\_Max(i, j)$  e  $Cinza\_Min(i, j)$  são os valores máximo e mínimo dos tons de cinza da imagem no grid  $x, y$ .

A Tabela V descreve o cálculo da  $DF_n$ , empregando a equação (39), nas diversas divisões recursivas do espaço. Se considerarmos que todos os d-cubos interceptam a imagem, o valor da  $DF_n$  atingiria seu valor máximo uma vez que a imagem preencheria completamente seu espaço dimensional.

TABELA V – Cálculo dos limites superiores da  $DF_n$

Imagens	Dimensão (d)	Divisões (n)	$N_n(d-cubos)$	$\log(N_{n,d-cubos})$	$\log(2^n)$	$DF_n$
<i>Binárias</i> (nenhum canal)	2	1	4	$\log(4)$	$\log(2)$	2
		2	16	$\log(16)$	$\log(4)$	2
		3	64	$\log(64)$	$\log(8)$	2
Em escala de cinza (1 canal)	3	1	8	$\log(8)$	$\log(2)$	3
		2	64	$\log(64)$	$\log(4)$	3
		3	512	$\log(512)$	$\log(8)$	3
- (2 canais)	4	1	16	$\log(16)$	$\log(2)$	4
		2	256	$\log(256)$	$\log(4)$	4
		3	4096	$\log(4096)$	$\log(8)$	4
<i>Coloridas</i> (3 bandas)	5	1	32	$\log(32)$	$\log(2)$	5
		2	1024	$\log(1024)$	$\log(4)$	5
		3	32768	$\log(32768)$	$\log(8)$	5
<i>Multiespectrais</i> (acima de 3 bandas)	6	1	64	$\log(64)$	$\log(2)$	6
		2	4096	$\log(4096)$	$\log(4)$	6
		3	262144	$\log(262144)$	$\log(8)$	6

No método CDC, a  $DF$  pode ser estimada tanto através do ajuste de mínimos quadrados no gráfico  $\log(Nn, d-cubo) \times \log(1/2n)$ , contado para as diferentes divisões recursivas  $n$ , quanto pela média dos diversos valores de  $DF_n$ .

## OUTRAS TÉCNICAS

Laws [53],[54] desenvolveu uma abordagem de **energia-textura** que mede o valor ou a quantidade de variação dentro de uma janela de tamanho fixo. Este método utiliza um conjunto de nove

máscaras de convolução de 5x5 para processar a energia da textura, que é depois representada por um vetor de nove números para cada pixel da imagem em análise.

[50] K.I. Laws, "Textured Image Segmentation, PhD. Thesis", University of Southern California School of Engineering, 1980. 53

[51] K.I. Laws, "Goal-directed texture image segmentation", Applications of Artificial Intelligence II, SPIE, vol.548, pp.19-26, 1985. 54

$$L_5 \text{ (Level)} = [ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 ]$$

$$E_5 \text{ (Edge)} = [ -1 \ -2 \ 0 \ 2 \ 1 ]$$

$$S_5 \text{ (Spot)} = [ -1 \ 0 \ 2 \ 0 \ -1 ]$$

$$R_5 \text{ (Ripple)} = [ 1 \ -4 \ 6 \ -4 \ 1 ]$$

O primeiro passo no procedimento de Laws é retirar os efeitos da iluminação, passando uma pequena janela por toda a imagem, subtraindo a média local para cada pixel, de forma a produzir uma imagem pré-processada em que a média da intensidade de cada vizinhança é próxima de zero. Sendo  $F_k[i, j]$  o resultado da filtragem com a k-ésima máscara, no pixel  $[i, j]$ , o mapa da energia da textura,  $E_k$ , para o filtro k é dado pela equação (42):

$$E_k[r, c] = \sum_{j=c-7}^{c+7} \sum_{i=r-7}^{r+7} |F_k[i, j]| \quad (42)$$

Cada mapa de energia de textura é uma imagem completa, representando a aplicação da k-ésima máscara à imagem inicial. Tendo sido produzidos os dezesseis mapas de energia, alguns pares simétricos são combinados, resultando nos nove mapas finais:

$L_5E_5 / E_5L_5$	$L_5S_5 / S_5L_5$	$L_5R_5 / R_5L_5$
$E_5E_5$	$E_5S_5 / S_5E_5$	$E_5R_5 / R_5E_5$
$S_5R_5 / R_5S_5$	$S_5S_5$	$R_5R_5$

Deles resulta uma imagem com um vetor de nove atributos de textura em cada pixel.

No método **Local Binary Partition** (LBP), para cada pixel  $p$  existente na imagem, cada um dos oito pixels vizinhos é examinado para verificar se a sua intensidade é superior à de  $p$ . Os resultados obtidos desta análise são usados para construir um número binário –  $b1b2b3b4b5b6b7b8$  – em que  $b_i=0$ , se a intensidade do i-ésimo vizinho é menor ou igual à de  $p$ , e  $b_i=1$ , se ela for superior. A textura da imagem é representada por um histograma destes números binários. Duas imagens ou regiões são comparadas por processamento das distâncias  $L1$ , entre os histogramas assim definidos, sendo  $L1$  dado pela equação (43):

$$L_1(H_1, H_2) = \sum_{i=1}^n |H_1[i] - H_2[i]| \quad (43)$$