Computação Gráfica I

Professor:

Anselmo Montenegro
www.ic.uff.br/~anselmo

Conteúdo:

- Objetos gráficos espaciais

Instituto de Computação - UFF

Objetos gráficos espaciais: *definições*

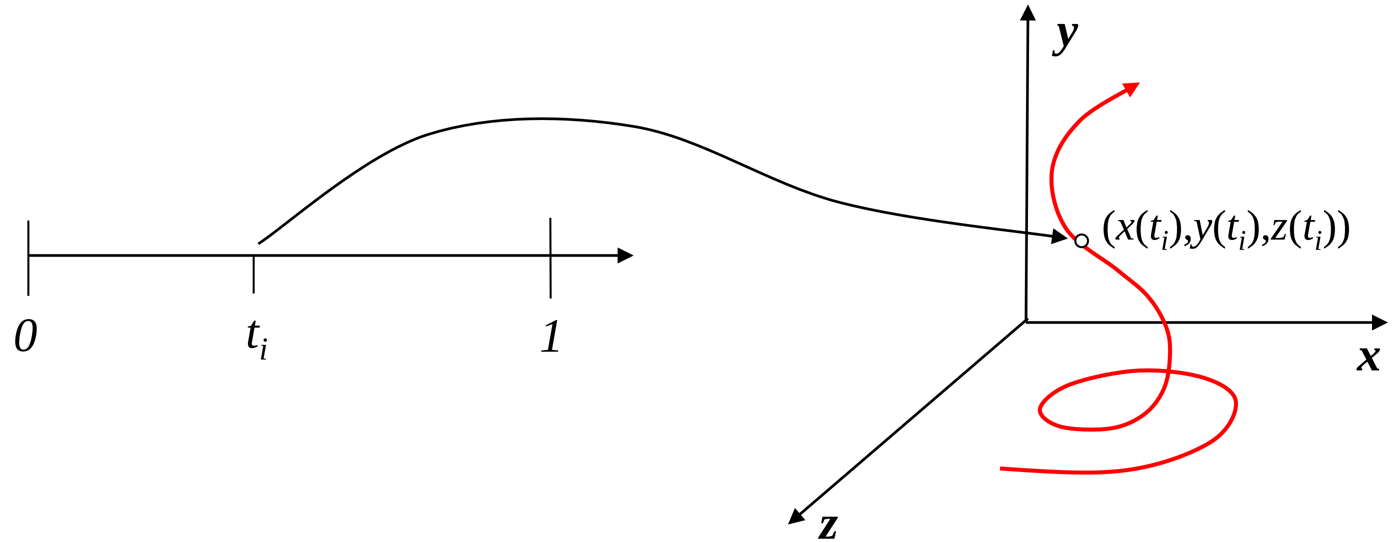
- Um *objeto gráfico espacial* é um objeto gráfico que está imerso em um espaço ambiente de dimensão 3.

- Exemplos de objetos gráficos espaciais são:

  – Curvas espaciais. (objetos 1D imersos em espaços 3D).
  – Superfícies. (objetos 2D imersos em espaços 3D).
  – Sólidos.
  – Imagens 3D.
  – Objetos Volumétricos.

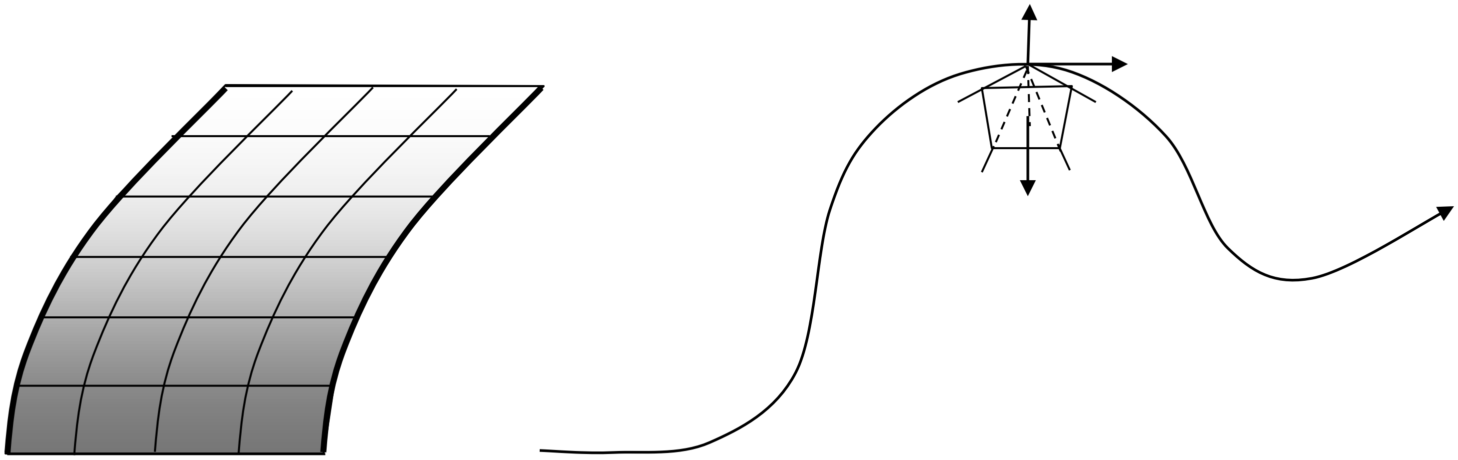
Objetos gráficos espaciais: *curvas paramétricas*

- Uma curva paramétrica no R^3 é uma aplicação $g: I \subset R \to R^3$.
- Logo $g(t) = (x(t), y(t), z(t))$, $t \in I$ e o *vetor velocidade* é dado por: $g'(t) = (x'(t), y'(t), z'(t))$



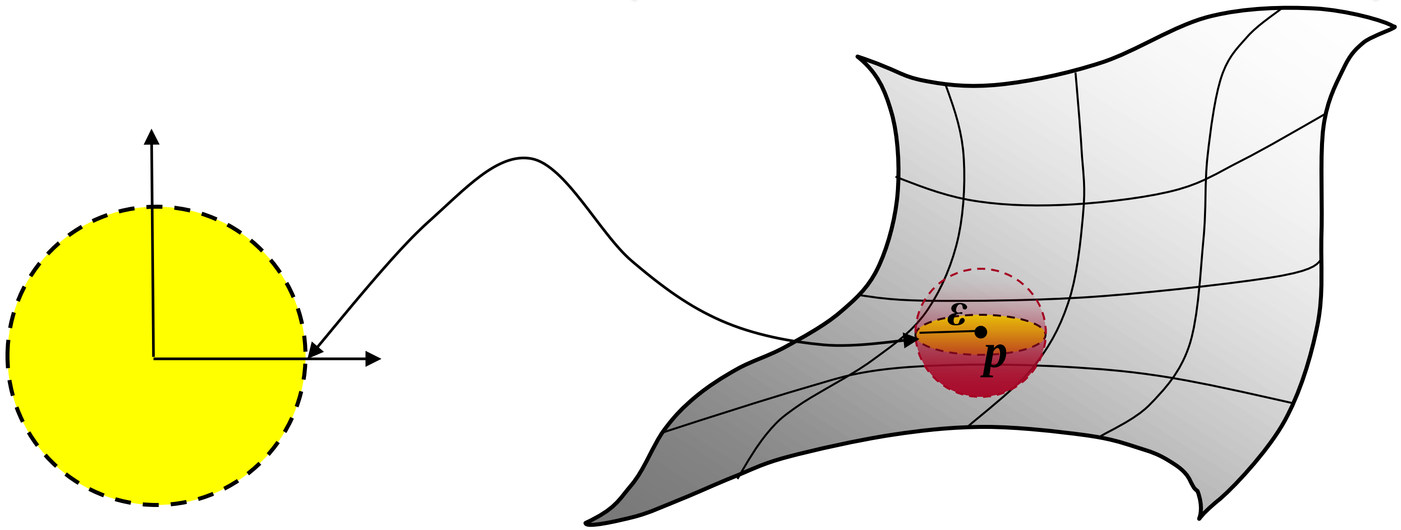
Objetos gráficos espaciais: *curvas paramétricas*

- Aplicações:
  - Elementos auxiliares na construção de superfícies.
  - Especificação de trajetórias utilizadas em animação e controle de câmeras.



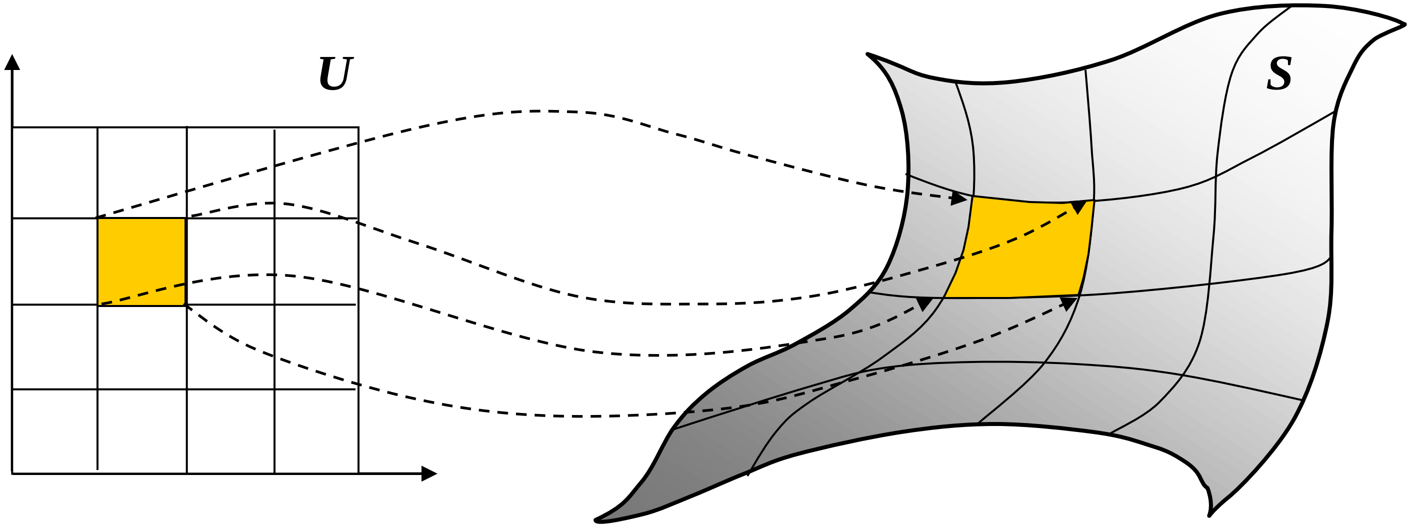
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – definição informal*

- Uma *superfície* é um subconjunto de pontos $S \subset R^3$ que na vizinhança de um ponto se assemelha a um plano.
- Se definirmos uma esfera de raio ε suficientemente pequeno então, a sua interseção com a superfície se assemelha a um disco(ou semi-disco nas bordas)



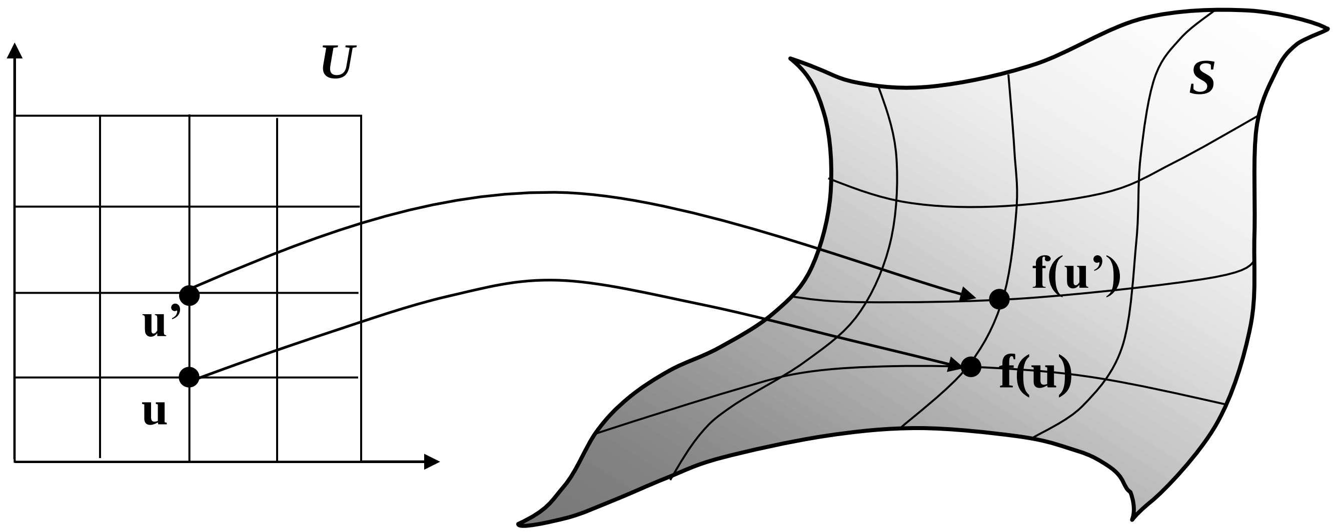
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – definição informal*

- Uma *superfície paramétrica* S é descrita como uma aplicação $f{:}U \subset R^2 \rightarrow R^3$.



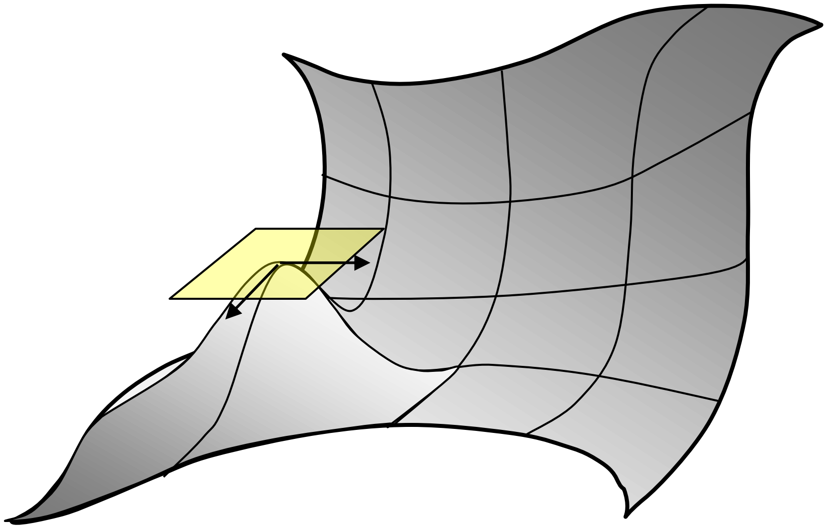
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – definição informal*

- Para evitar casos degenerados $f:U\subset R^2 \rightarrow R^3$ deve:
  - Ser uma bijeção, isto é, existir uma correspondência um-para-um entre pontos do domínio e do contra-domínio.



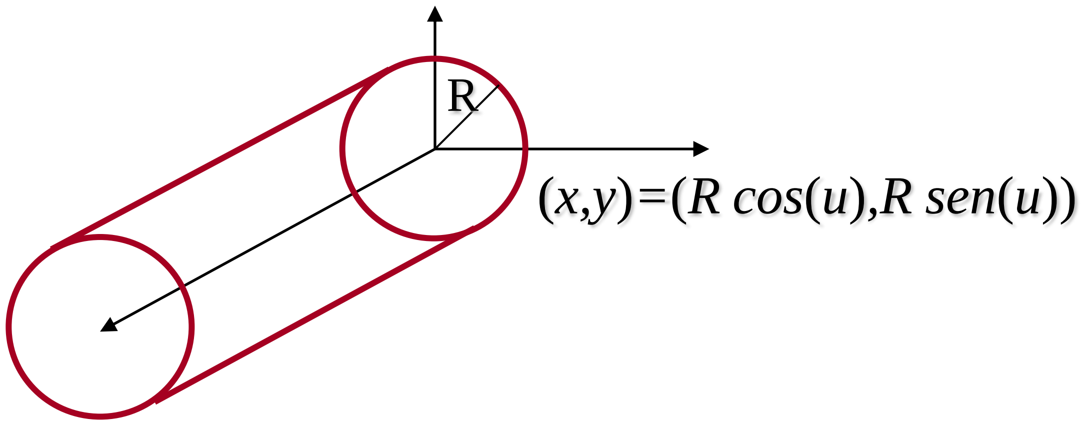
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – definição informal*

– ter um plano tangente bem definido em cada ponto.



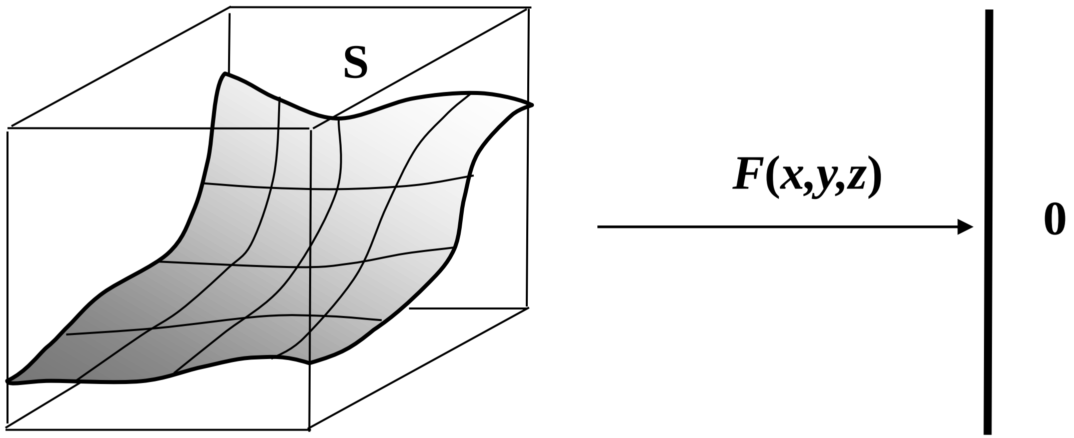
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – definição informal*

- Exemplo: cilindro
  - Um cilindro é uma superfície descrita por um conjunto de pontos eqüidistantes de uma reta (eixo do cilindro).
- Parametrização do cilindro
  - f:$[0,2\pi]\times R \rightarrow R^3$, $f(u,v) = (R\cos(u), R\,sen(u), v)$.



Objetos gráficos espaciais: *Superfícies implícitas*

- Uma *superfície implícita* $S \subset R^3$ é definida pelo conjunto de raízes de uma função $F: U \subset R^3 \to R$, ou seja $S = \{(x,y,z); F(x,y,z) = 0\}$.



Objetos gráficos espaciais: *Superfícies implícitas*

- O conjunto de pontos da superfície é também indicado pela notação $F^{-1}(0)$ e é chamado *imagem inversa* do conjunto $\{0\} \in R$ por F.

- Este conjunto define uma *superfície de nível* de F (ver a figura anterior).

- A função $F: U \subset R^3 \rightarrow R$ define um *campo escalar* pois associa um número real a cada ponto do R^3.

Objetos gráficos espaciais: *exemplo de superfície definida de forma implícita*

- Exemplo: cilindro.
  - Se (x,y,z) são os pontos de um cilindro de raio R então:

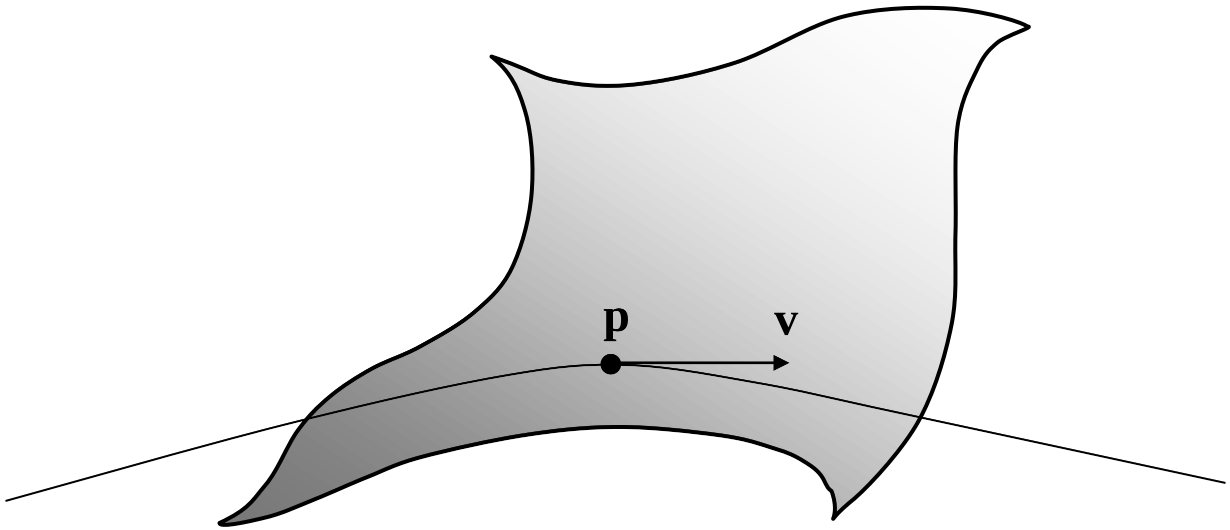
$$\|(x,y,z)-(0,0,z)\| = R$$

- Daí segue-se que:

$$\mathrm{F}(x,y,z) = x^2+y^2-r^2$$

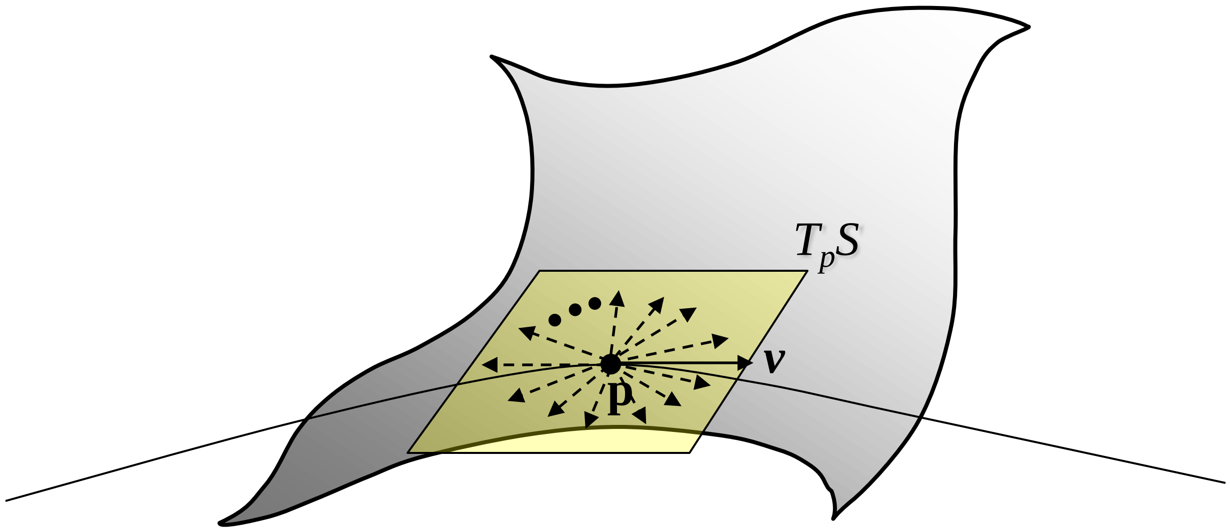
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – atributos geométricos*

- Um vetor $v \in R^3$ é *tangente* a uma superfície S em um ponto *p* se existe uma curva paramétrica $\gamma(-1,1) \rightarrow S$ tal que $\gamma(0)=p$ e $\gamma'(0)=v$.



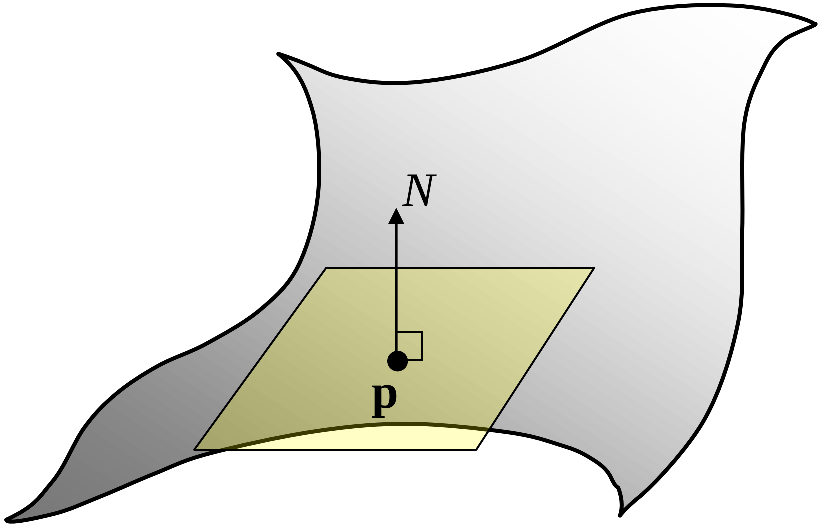
Objetos gráficos espaciais: *Superfícies – atributos geométricos*

- O conjunto de todos os vetores tangentes a S no ponto p determina o *plano tangente* de S em p que denominamos T_pS.



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *Superfícies – atributos geométricos*

- Um vetor $n \in R^3$ é *normal* à superfície S no ponto p se n é perpendicular a $T_p S$.



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *objetos volumétricos*

- São análogos tridimensionais às regiões no caso planar.

- Possuem a mesma dimensão do espaço ambiente.

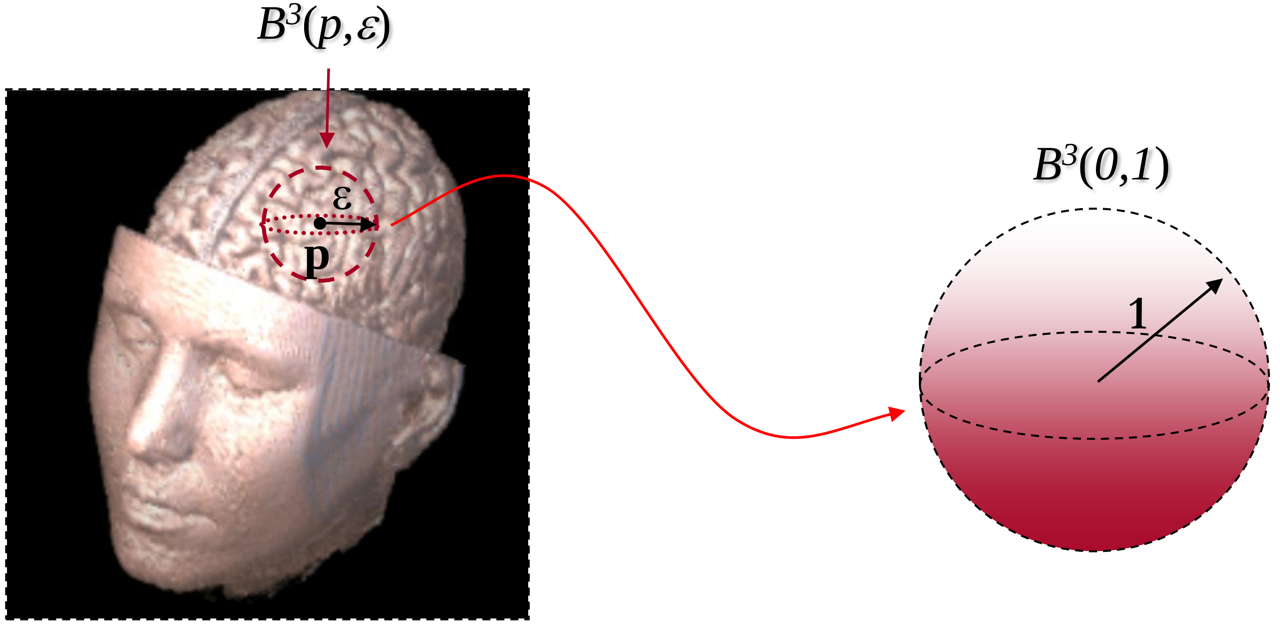
- São denominados *sólidos*.

Objetos gráficos espaciais: *objetos volumétricos*

- *Sólido*: subconjunto de pontos $p \in V \subset R^3$ tal que para todo ponto p, existe uma vizinhança "sólida, com volume" completamente contida em V.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *objetos volumétricos*

- Em um sólido é possível aplicar uma ***deformação contínua*** (“amassar ou esticar”, sem “recortar” ou “colar”) sobre qualquer região na vizinhança de um ponto até que ela se torne uma esfera ou semi-esfera unitária.



Objetos gráficos espaciais: *objetos volumétricos*

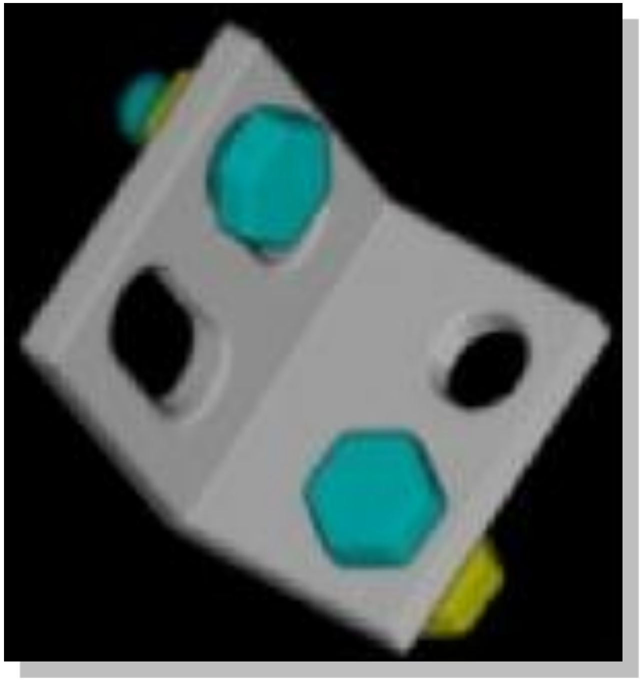
- Um objeto volumétrico é normalmente descrito por uma *função de densidade*.

- Uma função de densidade constante é muito utilizada para descrever peças mecânicas.

- Funções de densidade variáveis descrevem objetos com opacidades variáveis como tecidos, ossos, pele, etc.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *objetos volumétricos*

- Mais exemplos: tecidos humanos e uma peça.



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *como descrever objetos volumétricos*

- Objetos volumétricos podem ser descritos de duas formas:

  – Descrição por *bordo*.

  – Descrição por *funções implícitas*.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *como descrever objetos volumétricos*

- O *Teorema de Jordan* é utilizado para caracterizar regiões do plano.

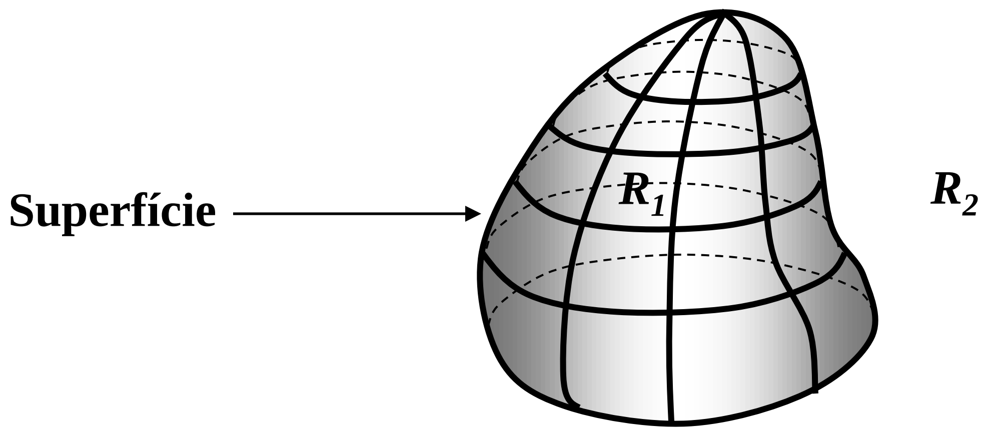
- O mesmo teorema se estende para o espaço tridimensional.

Objetos gráficos espaciais: *como descrever objetos volumétricos*

- Teorema de Jordan:

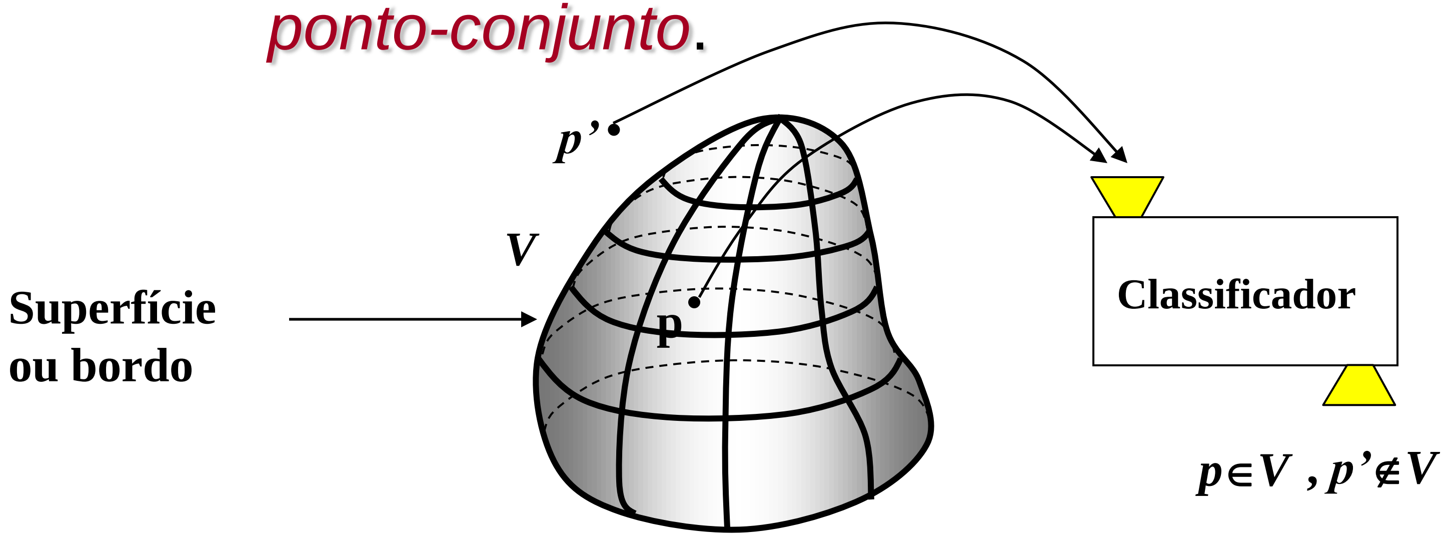
  "Uma superfície fechada, limitada e sem bordo M em R^3 divide o espaço em duas regiões R_1 e R_2, uma limitada e outra ilimitada das quais M é fronteira comum"

- A região limitada R_1 define um *sólido.*



Objetos gráficos espaciais: *objetos volumétricos – representação por bordo*

- A descrição de um sólido pelo bordo fica completamente caracterizada por duas etapas:
  - Descrição da superfície que define o *bordo*.
  - Solução do problema de *classificação ponto-conjunto*.



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *objetos volumétricos – representação por bordo*

- A representação por bordo pode não ser desejável para representar um objeto volumétrico por dois motivos:
  - Precisamos resolver o *problema de classificação ponto conjunto* para determinar se um ponto pertence ao sólido.
  - Não permite a descrição de sólidos constituídos de matéria não-homogênea.

<u>Objetos gráficos espaciais:</u> *objetos volumétricos – representação implícita*

- Seja $F:R^3 \rightarrow R$ uma função que divide o espaço em 3 classes:

    1. $\{(x,y,z) \in R^3;\ F(x,y,z)>0\}$
    2. $\{(x,y,z) \in R^3;\ F(x,y,z)=0\}=F^{-1}(0)$
    3. $\{(x,y,z) \in R^3;\ \mathrm{F}(x,y,z)<0\}$

- O conjunto $F^{-1}(0)$ define uma superfície implícita M e os outros pontos definem o interior e exterior de M.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *objetos volumétricos – representação implícita*

- O sólido é formado pela região limitada juntamente com a superfície de bordo M.
- A própria função F resolve o problema de classificação ponto conjunto.
- Além disso pode ser interpretada como função densidade.

Objetos gráficos espaciais: *representação de superfícies*

- As curvas poligonais desempenham um papel importante na representação de curvas planas.

- No caso de superfícies este papel é representado pelas *superfícies poliédricas*.

- As superfícies poliédricas se baseiam no conceito de *triangulação*.

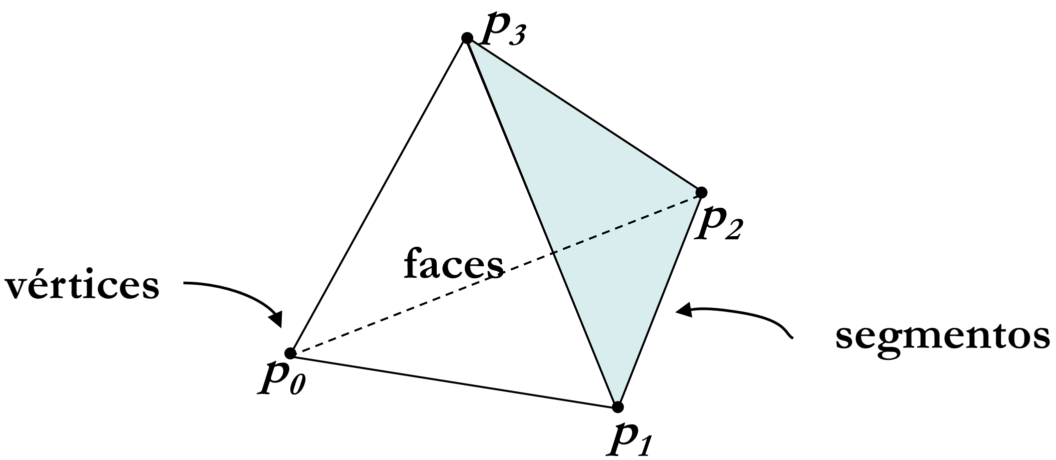
<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *triangulações 2D no espaço*

- Três pontos p_0, p_1 e p_2 formam um triângulo no R^3 se os vetores $p_1 - p_0$, $p_1 - p_2$ forem *linearmente independentes*.

- Uma *triangulação* *2D* no R^3 é uma coleção $\mathcal{T}=\{T_i\}$ de triângulos tal que para dois triângulos distintos T_i e T_j em $\mathcal{T}$, com $T_i \cap T_j \neq \emptyset$ temos:
  - $T_i \cap T_j$ é um vértice em comum ou,
  - $T_i \cap T_j$ é uma aresta em comum.

Objetos gráficos espaciais: *triangulações 3D*

- Uma lista de quatro pontos $\sigma = (p_0, p_1, p_2, p_3)$, com $p_i \in R^3$, formam um *tetraedro* no R^3, se os vetores $p_1 - p_0$, $p_2 - p_0$ e $p_3 - p_0$ são *linearmente independentes*.
- Os pontos p_0, p_1, p_2 e p_3 são os *vértices*, os segmentos p_0p_1, p_1p_2, p_0p_2, p_0p_3, p_1p_3 e p_2p_3 são as *arestas* e os triângulos $\Delta p_0p_1p_2$, $\Delta p_0p_1p_3$, $\Delta p_0p_2p_3$ e $\Delta p_1p_2p_3$ são as *faces* do tetraedro.



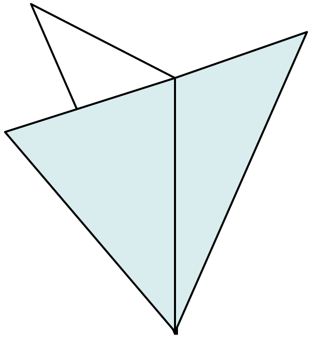
<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *triangulações 3D*

- Um tetraedro pode ser visto como a generalização de um triângulo no espaço 3D.

- Uma *triangulação 3D* ou *triangulacão volumétrica* do espaço é um conjunto finito $\{\sigma_1,\ldots, \sigma_n\}$ de tetraedros tal que a interseção de dois tetraedros do conjunto é vazia, um vértice, uma aresta ou uma face.

Objetos gráficos espaciais: *superfícies poliédricas*

- Uma superfície poliédrica é uma triangulação 2D do espaço que representa uma superfície.
- Como temos mais graus de liberdade ao posicionar os triângulos no espaço devemos evitar o seguinte caso:



- Para isso, impomos a restrição de que cada aresta seja compartilhada por apenas 2 triângulos.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *por que utilizar triângulos?*

- Faces triangulares apresentam as seguintes vantagens:
  - Planaridade.
  - Sistema de coordenadas.
  - Extensibilidade.

<u>**Objetos gráficos espaciais**</u>: ***codificação de superfícies poliédricas***

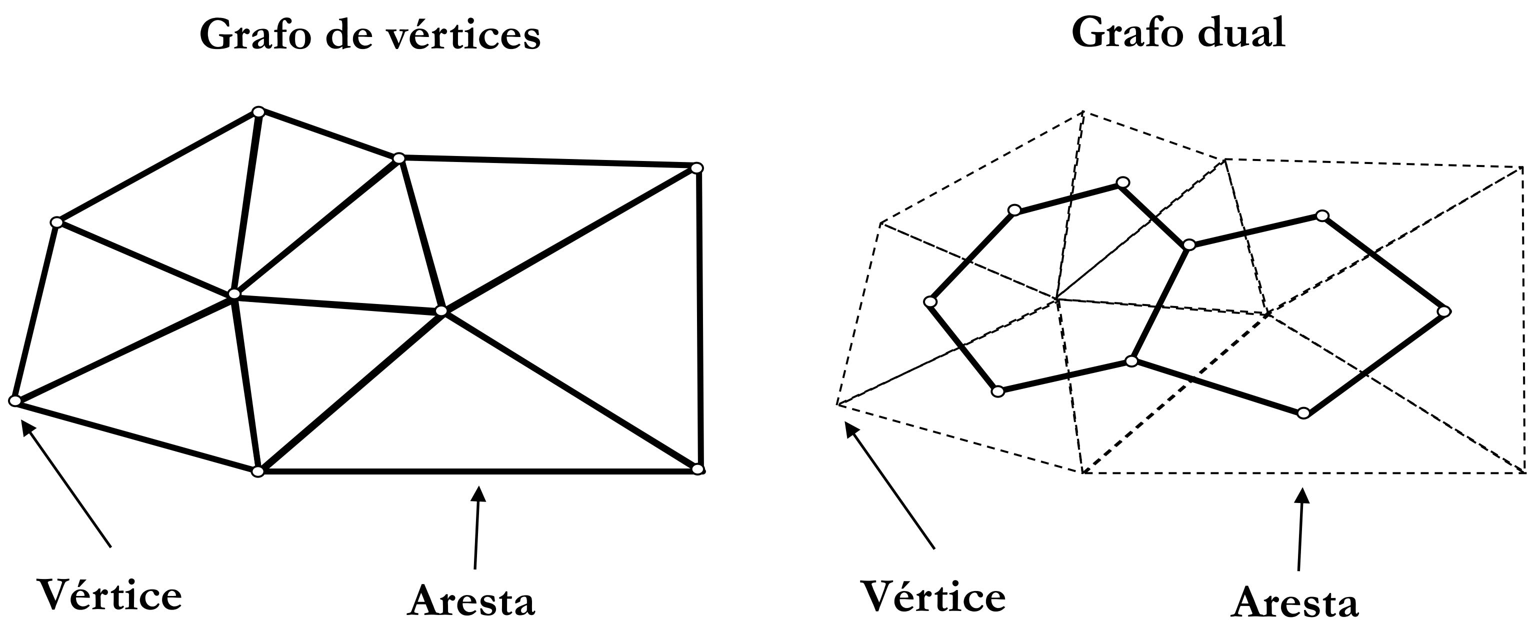
- Problema:
  - Como codificar a *estrutura geométrica e topológica* (sistema de vizinhanças) da superfície poliédrica?

- A codificação está diretamente associada a *estrutura de dados* associada a triangulação da superfície.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação de superfícies poliédricas*

- Uma superfície poliédrica pode ser codificada através de *grafos*.
- Temos dois grafos associados a uma superfície poliedral:
  - *Grafo de vértices*
    - Induzido pelos vértices e arestas da superfície.
  - *Grafo dual*
    - Um vértice existe para cada face da superfície, os quais são conectados por uma aresta no grafo se as faces associadas são vizinhas.

Objetos gráficos espaciais: *codificação de superfícies poliédricas*



- O problema de estruturação da superfície poliédrica se resume a *codificação dos grafos associados*.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação de superfícies poliédricas*

- A representação de uma superfície é vista como um *banco de dados geométrico*.

- É comum efetuar certos tipos de consulta sobre propriedades geométricas e topológicas da superfície:
  - Achar todas as arestas que incidem em um vértice.
  - Achar todos os polígonos que compartilham uma aresta ou um vértice.
  - Achar as arestas que delimitam um polígono.
  - Visualizar a superfície.

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação de superfícies poliédricas*

- A escolha da codificação está intimamente ligada ao conjunto de operações que se deseja realizar.

- Veremos 3 tipos de codificação:

  - Codificação explícita.

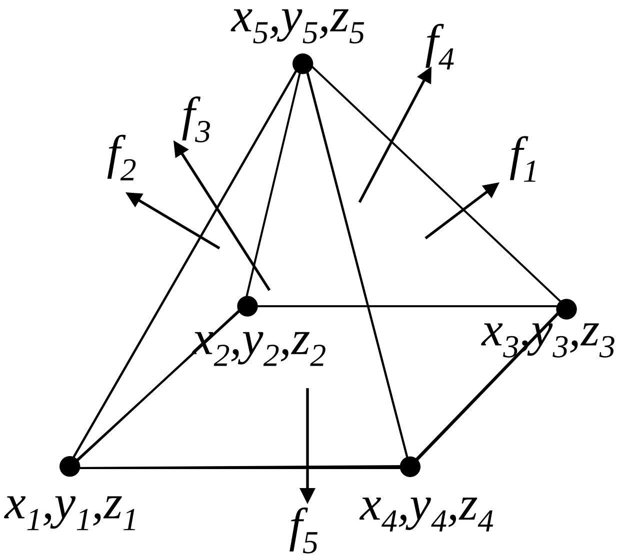
  - Codificação por lista de vértices.

  - Codificação por lista de arestas.

Objetos gráficos espaciais: *codificação de superfícies poliédricas - explícita*

- Codifica explicitamente os polígonos da superfície fornecendo uma lista de vértices com suas coordenadas.

Codificação explícita
$f_1 = ((x_1,y_1,z_1),(x_5,y_5,z_5),(x_2,y_2,z_2))$
$f_2 = ((x_3,y_3,z_3),(x_2,y_2,z_2),(x_5,y_5,z_5))$
$f_3 = ((x_3,y_3,z_3),(x_4,y_4,z_4),(x_5,y_5,z_5))$
$f_4 = ((x_1,y_1,z_1),(x_4,y_4,z_4),(x_5,y_5,z_5))$
$f_5 = ((x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2),(x_3,y_3,z_3),(x_4,y_4,z_4)$



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação de superfícies poliédricas - explícita*

- Vantagens: Extremamente simples.

- Desvantagens - redundância :

  – Ocupa *espaço de armazenamento desnecessário*.
  – Operações geométricas *podem introduzir erros numéricos* independentes nas coordenadas dos vértices.
  – *Ineficiência* (cada aresta é desenhada duas vezes na visualização).

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *propriedades desejadas em uma codificação*

- Para solucionar os problemas encontrados na codificação explícita devemos eliminar os seguintes problemas:

  - *Evitar a replicação de vértices*.

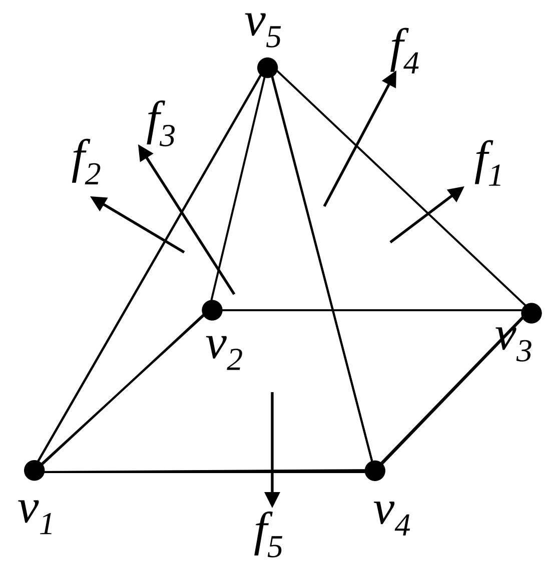
  - Codificar as *informações de adjacência*.

Objetos gráficos espaciais: *codificação por lista de vértices*

- Criamos uma *lista de vértices* e cada polígono da superfície é definido por referência aos vértices desta lista.

Lista de vértices
$v_1 = (x_1,y_1,z_1)$
$v_2 = (x_2,y_2,z_2)$
$v_3 = (x_3,y_3,z_3)$
$v_4 = (x_4,y_4,z_4)$
$v_5 = (x_5,y_5,z_5)$

Lista de faces
$f_1 = (v_3,v_5,v_4)$
$f_2 = (v_1,v_5,v_2)$
$f_3 = (v_1,v_4,v_5)$
$f_4 = (v_3,v_2,v_5)$
$f_5 = (v_1,v_2,v_3,v_4)$



<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação por lista de vértices*

- Vantagens:
  - Proporciona *maior economia de espaço*.
  - Ao alterar as coordenadas de um vértice, todos os polígonos nele incidentes são alterados automaticamente.
- Ainda alguns problemas:
  - É difícil determinar os polígonos que compartilham uma aresta.
  - Arestas compartilhadas são desenhadas duas vezes.

Objetos gráficos espaciais: *codificação por lista arestas*

- Acrescentamos uma *lista de arestas* definida por pares de referências à lista de vértices.

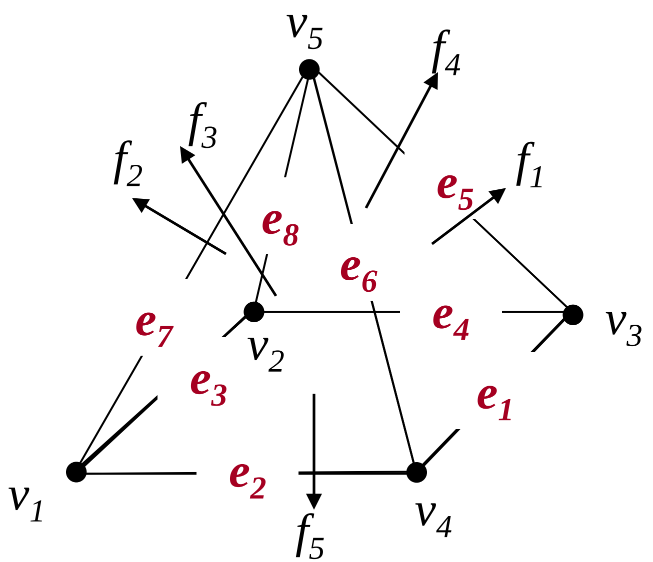
- A *lista de faces* é definida por referências às arestas que as definem, descritas na lista de arestas.

Objetos gráficos espaciais: *codificação por lista arestas*

Lista de vértices
$v_1 = (x_1,y_1,z_1)$
$v_2 = (x_2,y_2,z_2)$
$v_3 = (x_3,y_3,z_3)$
$v_4 = (x_4,y_4,z_4)$
$v_5 = (x_5,y_5,z_5)$

Lista de arestas
$e_1 = v_3,v_4$
$e_2 = v_4,v_1$
$e_3 = v_1,v_2$
$e_4 = v_2,v_3$
$e_5 = v_3,v_5$
$e_6 = v_5,v_4$
$e_7 = v_5,v_1$
$e_8 = v_5,v_2$

Lista de faces
$f_1 = e_1,e_5,e_6$
$f_2 = e_3,e_7,e_8$
$f_3 = e_2,e_6,e_7$
$f_4 = e_4,e_8,e_5$
$f_5 = e_1,e_2,e_3,e_4$



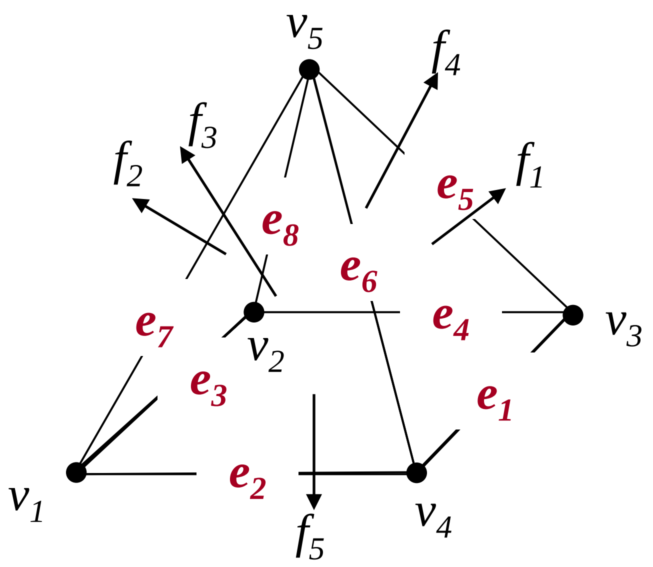
<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *codificação por lista arestas*

- Propriedades
  - Acesso a todas as arestas sem precisar percorrer as fronteiras dos polígonos.
  - As arestas que incidem em um vértice podem ser obtidas através de uma combinação de algoritmos geométricos e de busca.

Objetos gráficos espaciais: *codificação por lista arestas*

- Podemos acrescentar na lista de arestas informações sobre as faces adjacentes a uma aresta.

Lista de arestas
$e_1 = v_3, v_4, f_1, f_5$
$e_2 = v_4, v_1, f_3, f_5$
$e_3 = v_1, v_2, f_2, f_5$
$e_4 = v_2, v_3, f_4, f_5$
$e_5 = v_3, v_5, f_1, f_4$
$e_6 = v_5, v_4, f_1, f_3$
$e_7 = v_5, v_1, f_2, f_3$
$e_8 = v_5, v_2, f_2, f_4$



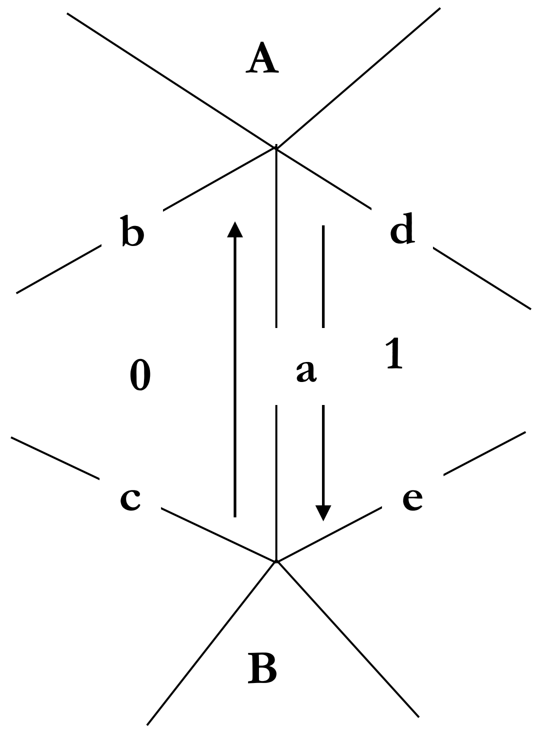
<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *outras codificações*

- As codificações descritas anteriormente ainda possuem muitas restrições quanto à representação da topologia das faces e da geometria do objeto gráfico.
- Codificações mais completas são dadas pelas estruturas topológicas clássicas como, por exemplo:
  - *Winged-edge*
  - *Half-edge*
  - *Radial-edge*

Objetos gráficos espaciais: *winged-edge*

- A aresta é o elemento fundamental desta estrutura de dados.
- Juntamente com cada aresta são armazenadas as faces (polígonos) à direita e à esquerda.
- São também armazenadas para cada aresta as arestas sucessoras e predecessoras na ordem de percorrimento de cada uma de suas faces.

Objetos gráficos espaciais: *winged-edge*

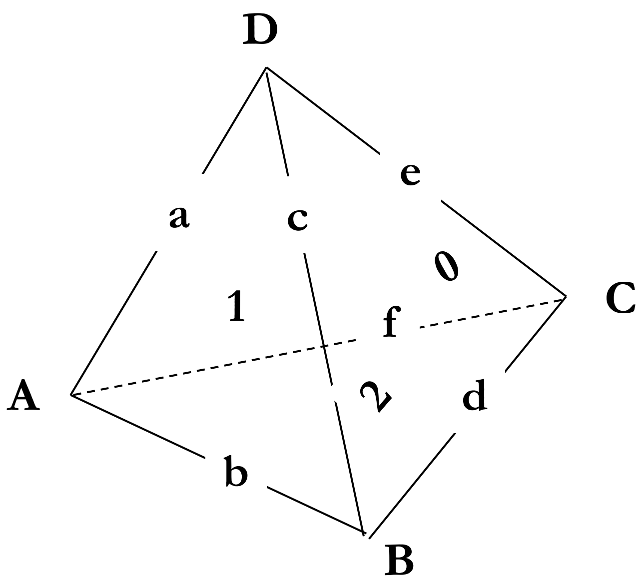


aresta	vértice1	vértice2	face esq	face dir	pred esq	succ esq	pred dir	succ esq
a	B	A	0	1	c	b	d	e

Objetos gráficos espaciais: *winged-edge*

Vértice	aresta
A	a
B	d
C	d
D	e

Vértice	aresta
0	a
1	c
2	d
3	a



aresta	vértice1	vértice2	face esq	face dir	pred esq	succ esq	pred dir	pred esq
a	A	D	3	0	f	e	c	b
b	A	B	0	2	a	c	d	f
c	B	D	0	1	b	a	e	d
d	B	C	1	2	c	e	f	b
e	C	D	1	3	d	c	a	f
f	C	A	3	2	e	a	b	d

<u>Objetos gráficos espaciais</u>: *winged-edge*

- Obs: as duas tabelas de vértices e faces não são únicas.

- As consultas são feitas em tempo *constante*.

- Uma face pode acessar uma de suas arestas e *percorrer os ponteiros* para encontrar todas as suas arestas.

<u>Objetos gráficos</u>: *representações poliédricas*

- Um método natural para representar uma superfície *S* consiste em aproximá-la por uma *superfície poliédrica* *S'*.

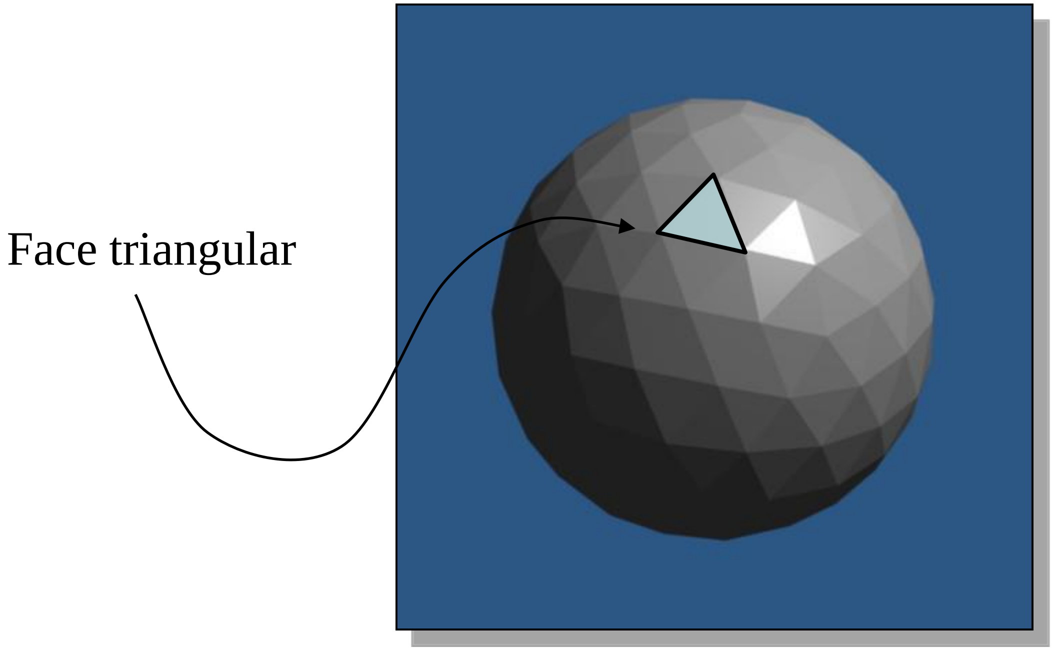
- Isto pode ser obtido através dos seguintes passos:

  - Amostragem pontual da superfície.

  - Reconstrução através de interpolação linear, estruturando-se as amostras de forma a se obter uma triangulação.

<u>Objetos gráficos</u>: *aproximação poliedral de uma superfície paramétrica*

- Representação de uma superfície S (esfera), dada por uma função $f{:}U \subset R^2 \rightarrow R^3$ através de uma superfície poliedral cujas faces são triângulos.



<u>Objetos gráficos</u>: *aproximação poliedral de uma superfície paramétrica*

- A triangulação de uma superfície paramétrica S pode ser obtida através de uma triangulação do domínio U da parametrização.

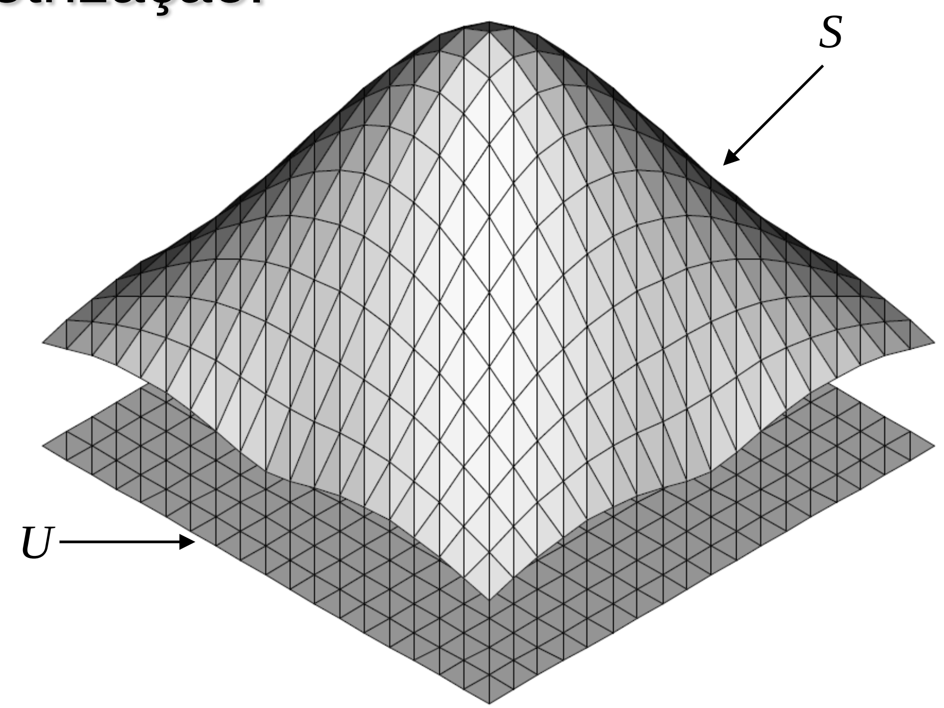
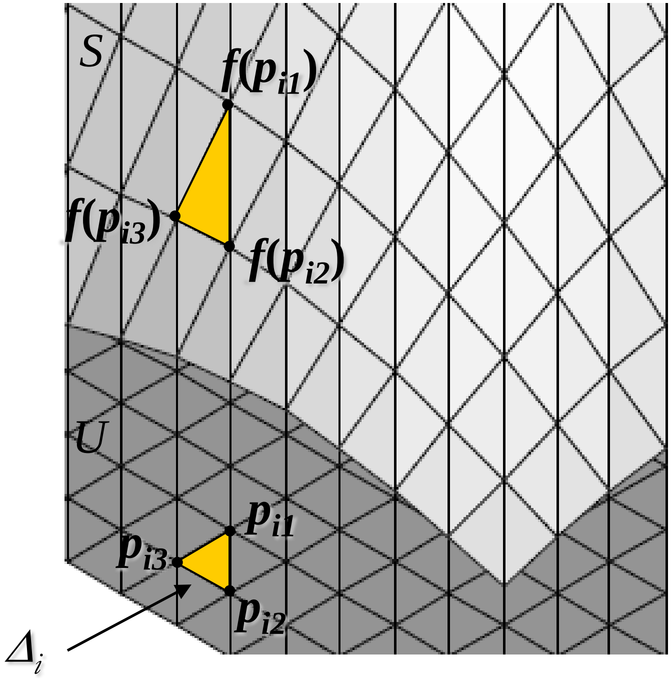


Ilustração obtida de *Optimal Adaptive Polygonal Approximation of Parametric Surfaces* (L.H. Figueiredo e L. Velho)

Objetos gráficos: *aproximação poliedral de uma superfície paramétrica*

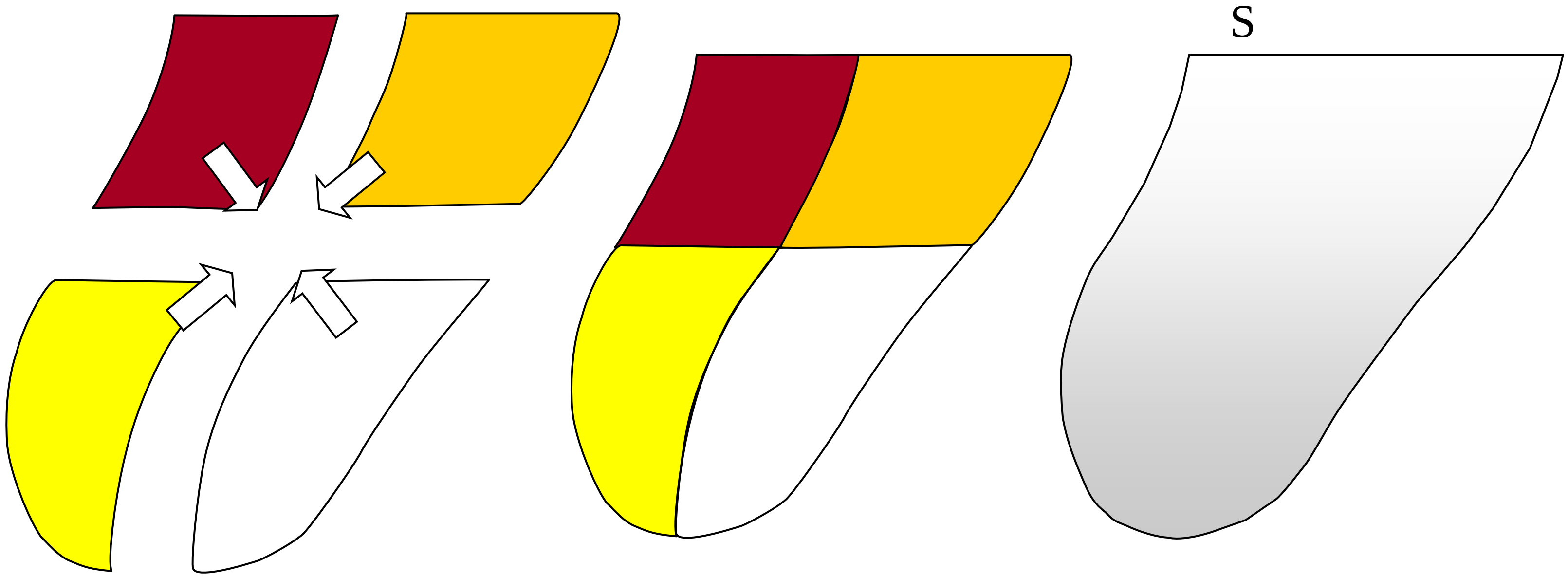
- Se Δ_i é um triângulo de U, com vértices $\Delta_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3})$ então,as imagens $f(p_{i1})$, $f(p_{i2})$ e $f(p_{i3})$ dos vértices de Δ_i pela parametrização f são os vértices de um triângulo que aproxima a superfície S.



<u>Objetos gráficos</u>: *representação por subdivisão paramétrica*

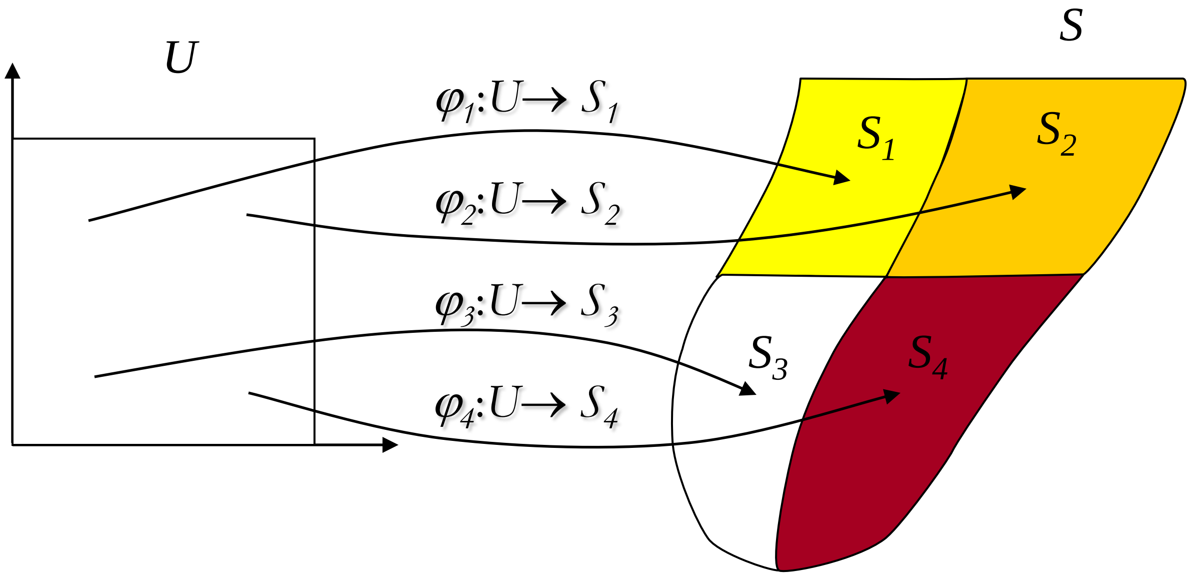
- Uma superfície paramétrica pode ser representada através de pedaços de superfícies denominados *retalhos* (*patches*).

- Os retalhos em conjunto e, devidamente estruturados, determinam a superfície *S.*

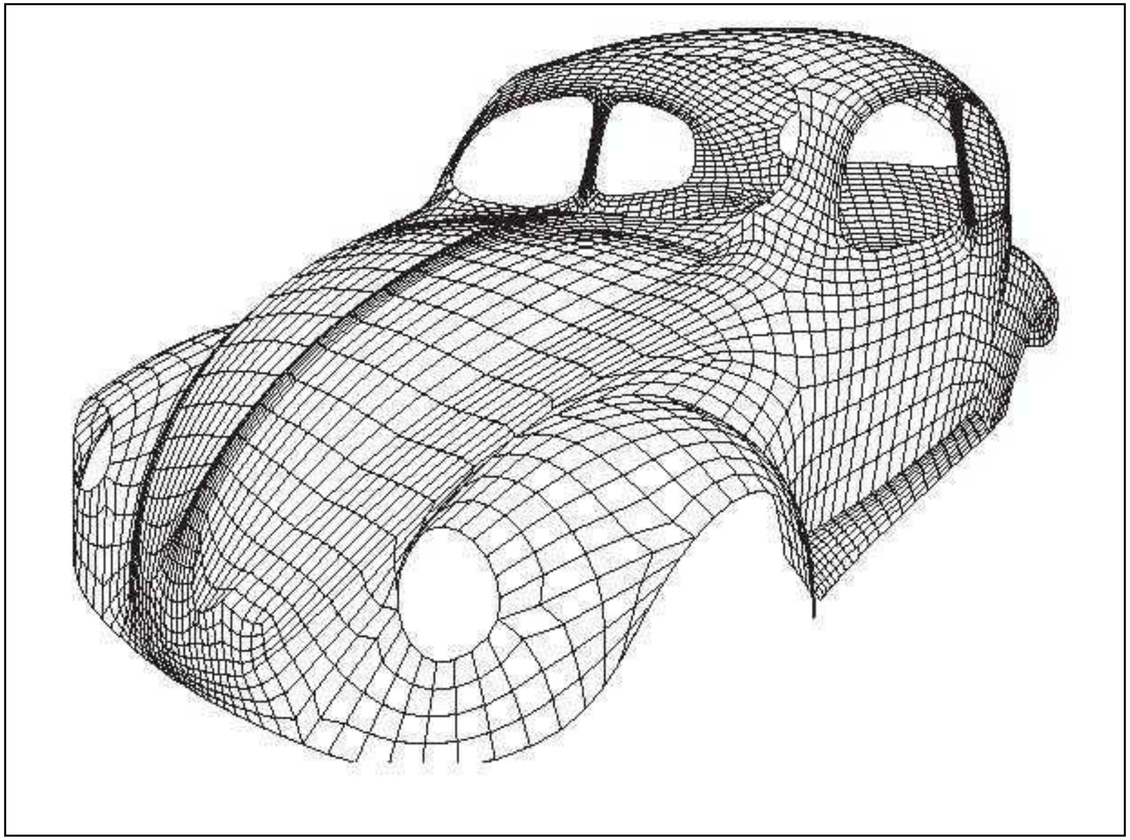


Objetos gráficos: *representação por subdivisão paramétrica*

- Definição: uma superfície S é *paramétrica por partes* se existir uma decomposição de S em $S = \cup_i S_i$, onde cada sub-superfície é descrita por uma parametrização $\varphi_i : U \to S_i$.



<u>Objetos gráficos</u>: *representação por subdivisão paramétrica*



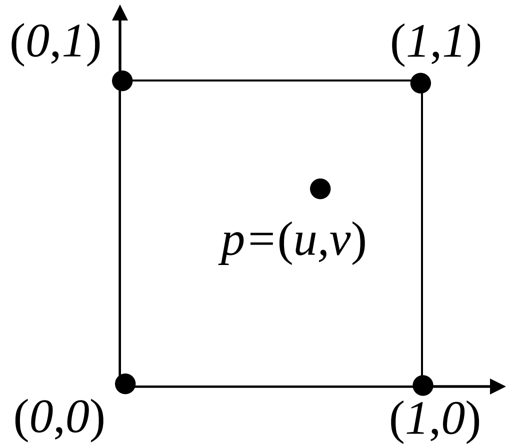
Superfície formada por vários retalhos

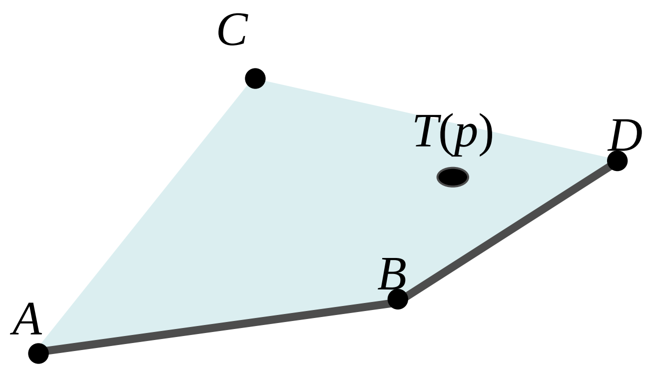
<u>Objetos gráficos</u>: *representação por subdivisão paramétrica*

- Existem 3 métodos de representação dos retalhos S_i de uma superfície S:
  - Representação pelos vértices.
  - Representação por duas curvas da fronteira.
  - Representação por quatro curvas.
- Cada esquema de representação requer um *método para reconstrução do retalho*.

Objetos gráficos: *representação de retalhos por vértices*

- O retalho é representado por quatro vértices p_{00}, p_{10}, p_{11} e p_{01}.
- Problema de reconstrução:
  - Seja um quadrado unitário e quatro pontos A, B, C e D do R^3 e seja T uma transformação tal que $T(0,0)=A$, $T(1,0)=B$, $T(1,1)=C$ e $T(0,1) = D$.
  - Determinar o valor de T em um ponto $p=(u,v)$ no interior do quadrado.



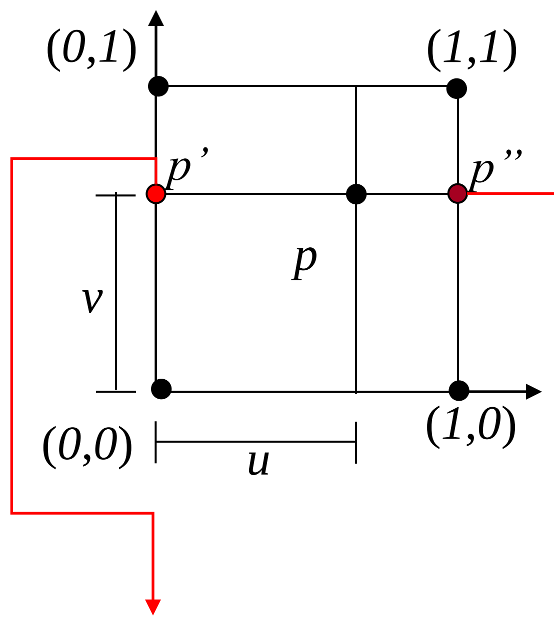


<u>Objetos gráficos</u>: *representação de retalhos por vértices*

- A transformação *não é uma transformação linear*, a menos que A, B, C e D sejam coplanares.
- Várias soluções são possíveis.
- Uma solução: *interpolação bilinear*.

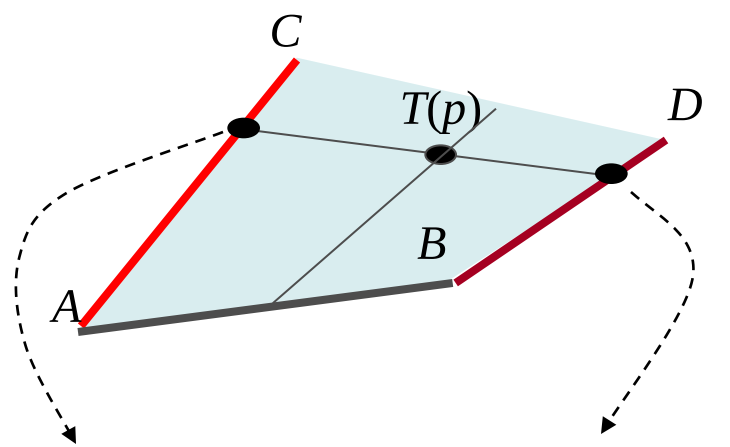
Objetos gráficos: *representação de retalhos por vértices*

- Reconstrução por interpolação bilinear



$p' = (0,0)(1-v) + (1,0)v$

$p'' = (1,0)(1-v) + (1,1)v$



$T(p') = T[(0,0)(1-v) + T(0,1)v]$

$T(p') = T[(0,0)](1-v) + T[(0,1)]v$

$T(p') = A(1-v) + Cv$

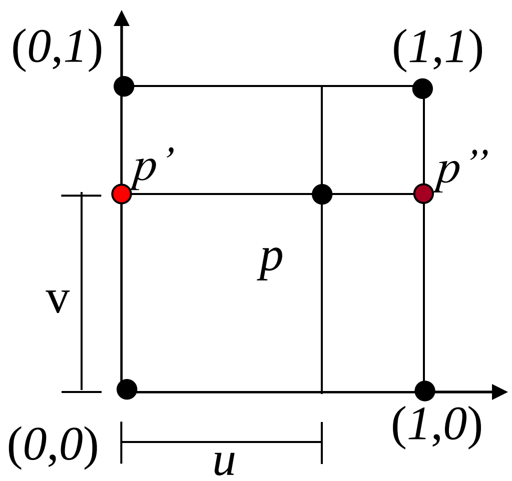
$T(p'') = T[(1,0)(1-v) + T(1,1)v]$

$T(p'') = T[(1,0)](1-v) + T[(1,1)]v$

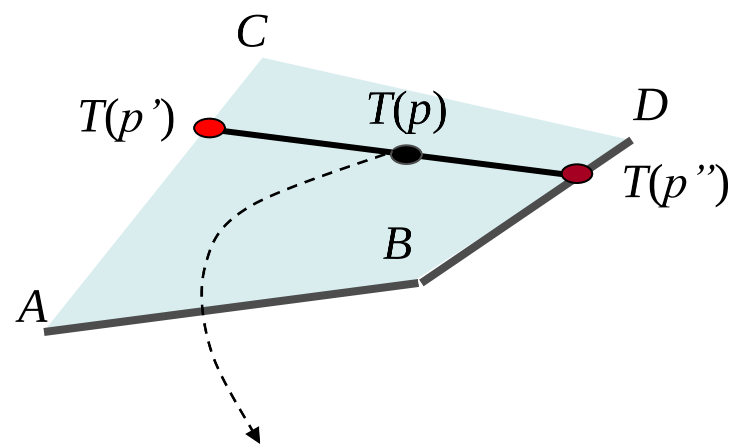
$T(p'') = B(1-v) + Dv$

<u>Objetos gráficos</u>: *representação de retalhos por vértices*

- Reconstrução por interpolação bilinear



$$p = p'(1-u) + p''u$$



$$T(p) = T[p'(1-u) + p''u]$$

$$T(p) = T(p')(1-u) + T(p'')u$$

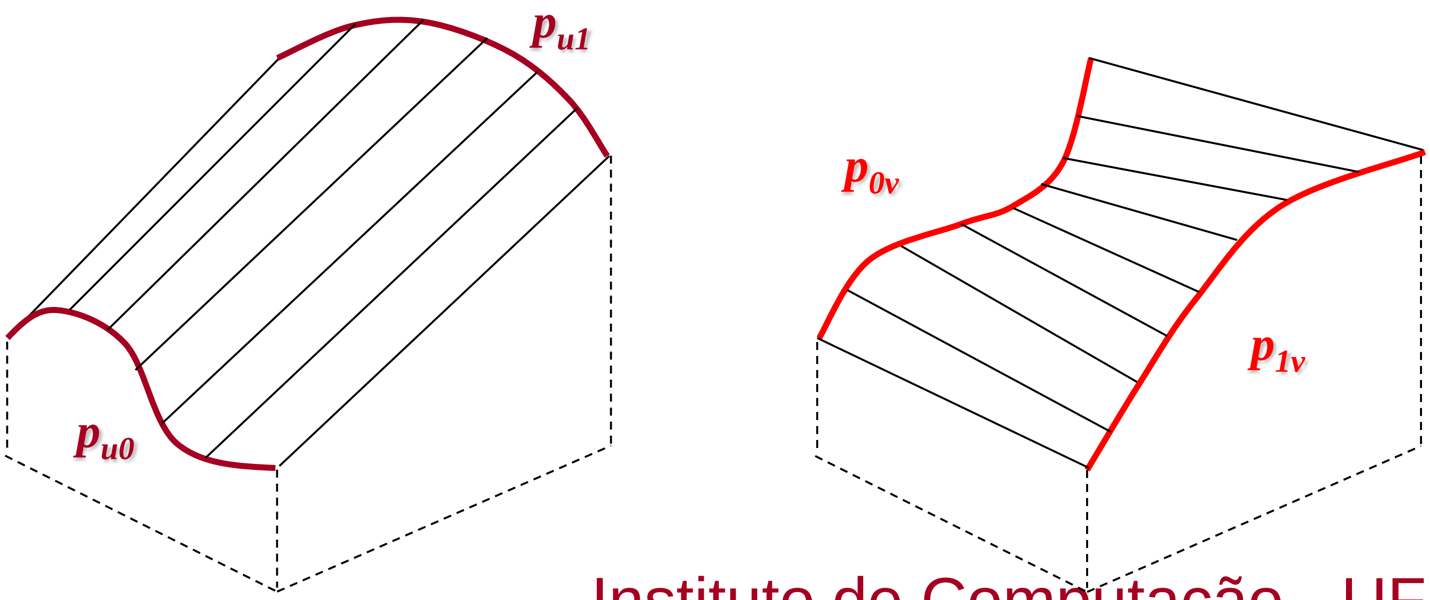
$$T(p) = [A(1-v) + Cv](1-u) + [B(1-v) + Dv]u$$

<u>Objetos gráficos</u>: *representação de retalhos por vértices*

- Representação por vértices – propriedades:
  - Se os pontos A, B, C e D são coplanares então o retalho é um quadrilátero.
  - Segmentos de reta horizontais e verticais do plano (u,v) são levados em segmentos de reta.
  - Outros segmentos são levados em curvas do segundo grau (hipérboles).
  - Preserva uma subdivisão uniforme dos lados do quadrado.
  - ***Aproxima as curvas da fronteira do retalho por um segmento de reta.***

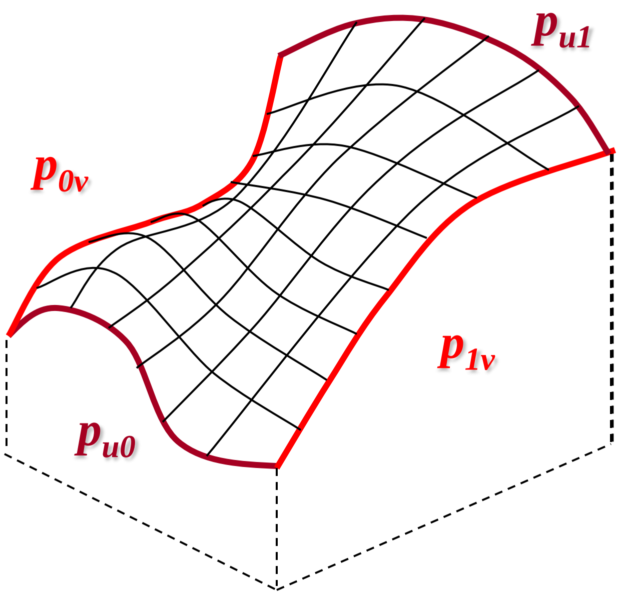
Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*

- Neste método representamos um retalho pelo par de curvas (p_{u0},p_{u1}) ou (p_{0v},p_{1v}).
- A reconstrução do retalho é obtida *interpolando-se linearmente as duas curvas*.
- Essa técnica é denominada *lofting*.



Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*

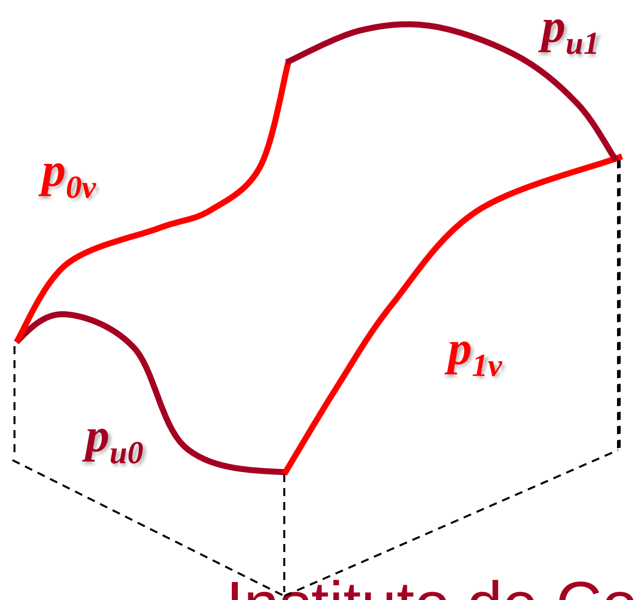
- Neste método, um retalho é definido por quatro curvas p_{u0},p_{u1}, p_{0v} e p_{1v}.



<u>Objetos gráficos</u>: *representação de retalhos por quatro curvas*

- Problema de reconstrução:
  - Construir uma parametrização $C:[0,1]\mathrm{x}[0,1]\rightarrow R^3$ tal que as curvas $p_{0v}(v)$, $p_{1v}(v)$, $p_{u0}(u)$, $p_{u1}(u)$ sejam bordo do retalho definido por C.
  - Isto significa que:

$$C(0,v) = p_{0v};\ C(1,v)=p_{1v}(v);\ C(u,0)= p_{u0}(u);\ C(u,1) = p_{u1}(u)$$



Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*

- O método que descreveremos para reconstruir o retalho a partir das quatro curvas é denominado *Parametrização de Coons*.

- Consiste em combinar diversas interpolações lineares das curvas de bordo segundo o seguinte esquema:

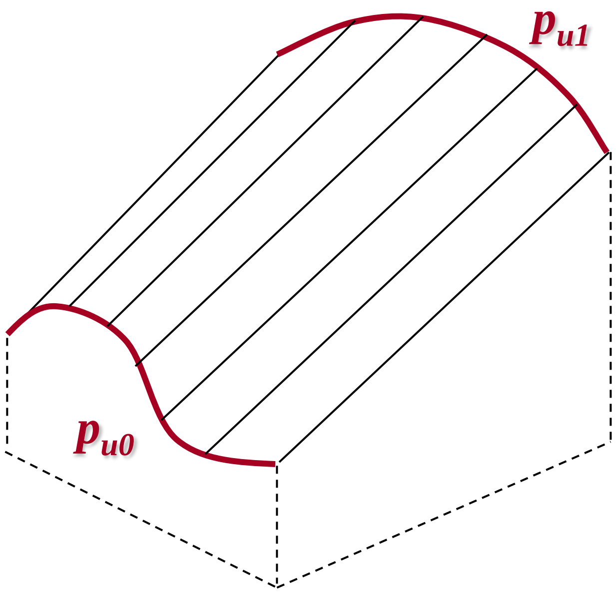
  - *Lofting vertical* – interpolamos linearmente as curvas p_{u0} e p_{u1}.

    $$(1-v)p_{u0}(u)+vp_{u1}(u)$$

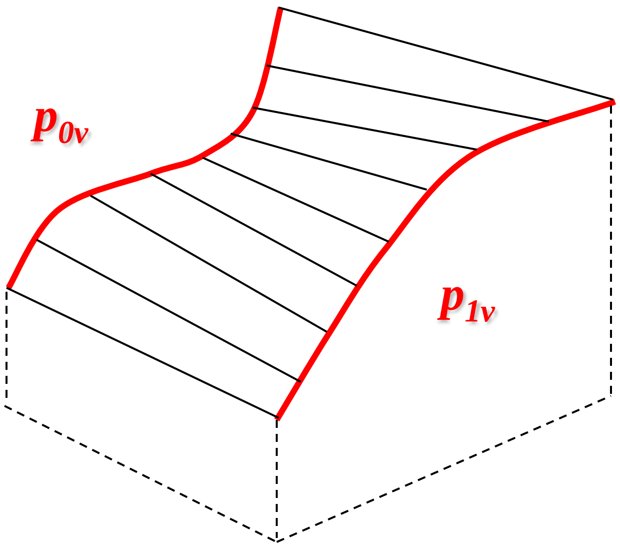
  - *Lofting horizontal* – interpolamos linearmente as curvas p_{0v} e p_{1v}.

    $$(1-u)p_{0v}(v)+up_{1v}(v)$$

Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*



Lofting vertical



Lofting horizontal

Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*

- Soma dos dois *loftings* – somamos as operações de *lofting* horizontal e vertical obtendo a parametrização

$$C'(u,v)=(1-v)p_{u0}(u)+vp_{u1}(u)+(1-u)p_{0v}(v)+up_{1v}(v)$$

- Observe que o bordo é

$$C'(0,v)=(1-v)p_{00}(u)+vp_{01}(u)+p_{0v}(v)$$

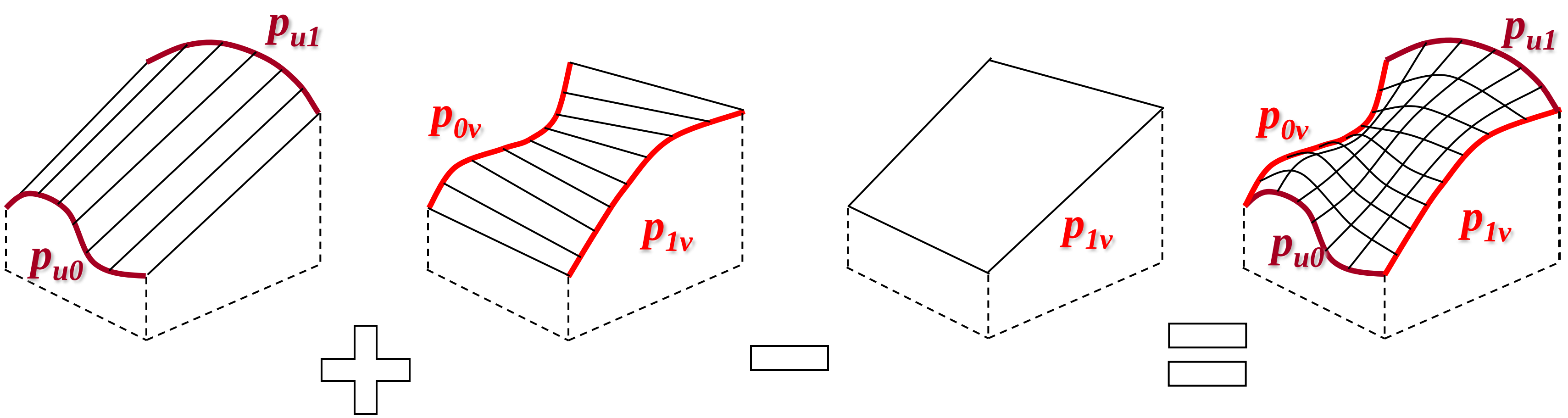
- Isto é, a soma da curva p_{0v} com a interpolação linear $(1-v)p_{00}(u) + vp_{01}$ dos vértices p_{00} e p_{01} .
- Resultado análogo vale para as outras curvas do bordo.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação de retalhos por quatro curvas*

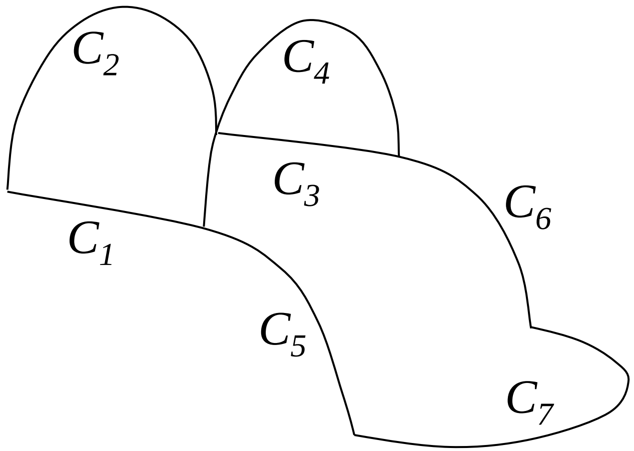
- Logo, efetuamos uma subtração da parametrização $C'(u,v)$ da interpolação bilinear dos vértices p_{00},p_{10},p_{11} e p_{01}.

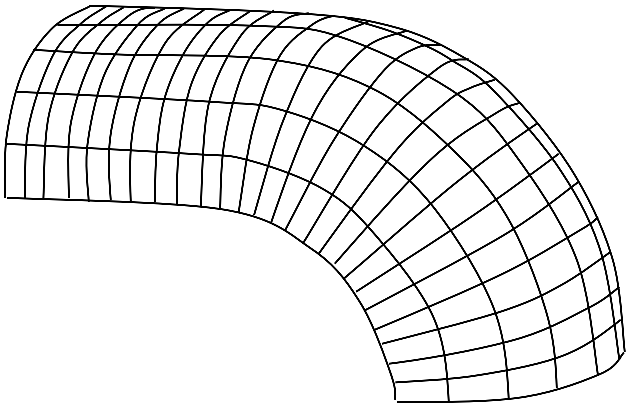
- Como resultado, obtemos a parametrização de *coons* dada por:

$$C(u,v) = C'(u,v)-B(u,v)$$



Objetos gráficos: *representação de retalhos por quatro curvas*

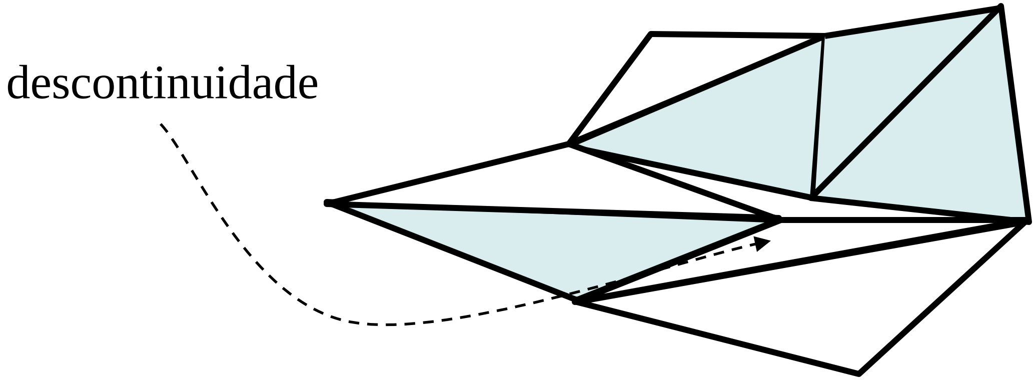




Superfície definida por retalho de *Coons* – Coelho - 1998

Objetos gráficos: *representação e continuidade*

- A reconstrução de cada retalho S_i é feita separadamente.
- Logo, é necessário controlar o *grau de regularidade* da colagem dos diversos elementos S_i.
- Na representação linear por partes exige-se pelo menos a *continuidade* da superfície.
- Outros graus de regularidade são exigidos conforme as aplicações.



Objetos gráficos: *representação de objetos volumétricos*

- Um objeto volumétrico pode ser representado de dois modos:
  - *Representação por bordo*.
  - *Representação por decomposição do espaço.*

<u>Objetos gráficos</u>: *representação por bordo*

- A representação por bordo baseia-se no *Teorema de Jordan*.

- Só é adequada se o sólido não possui atributos que variam em seu interior.

  – Exemplo: peças mecânicas.
  – Contra-exemplo: dados de medicina sobre o corpo humano.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação por bordo*

- A representação por bordo é também conhecida com representação *B-rep* (*Boundary Representation*).

- Esse tipo de representação requer um método para determinar a superfície que delimita um sólido.

  – Exemplo: métodos de poligonização de superfícies implícitas.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação por bordo*

- Quando o sólido possui densidades variáveis tais métodos permitem a geração de *superfícies de nível*.

- Estas superfícies correspondem a subconjuntos do sólido que possuem um ou mais valores de atributos constantes.

- São muito utilizadas na *área de imagens médicas*.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação por decomposição*

- Existem duas formas de representação por decomposição:
  - Representação uniforme.
  - Representação não-uniforme.

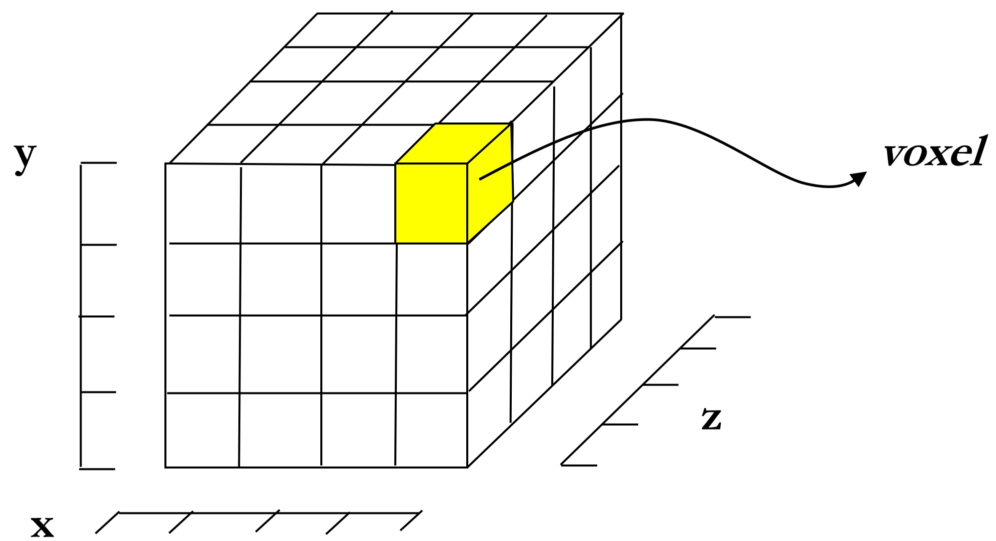
<u>Objetos gráficos</u>: *representação por decomposição*

- Na representação uniforme, a subdivisão espacial mais utilizada é a que se baseia em um *reticulado uniforme*.

- Esse esquema dá origem a uma *representação matricial*.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação matricial*

- É definida a partir do produto cartesiano de partições uniformes de intervalos dos eixos coordenados.
- Cada célula do reticulado está associada a um paralelepípedo e é denominada *voxel*.



Objetos gráficos: ***representação matricial***

- Cada voxel possui uma amostra dos valores de atributos na região associada pertencente ao sólido.
- A representação matricial é também denominada *representação volumétrica*.
- Pode ser entendida com uma *imagem 3D* onde os *voxels* fazem o papel dos *pixels*.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação matricial*

- Vantagens da representação matricial:
  - Diversas técnicas de análise e processamento de imagens podem ser aplicadas.
  - A *visualização é simples* devido a sua estrutura simples.
  - É uma representação utilizada pela grande maioria dos equipamentos de captura de objetos volumétricos.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação não-uniforme*

- São representações em que tanto a dimensão quanto a geometria das células podem variar.

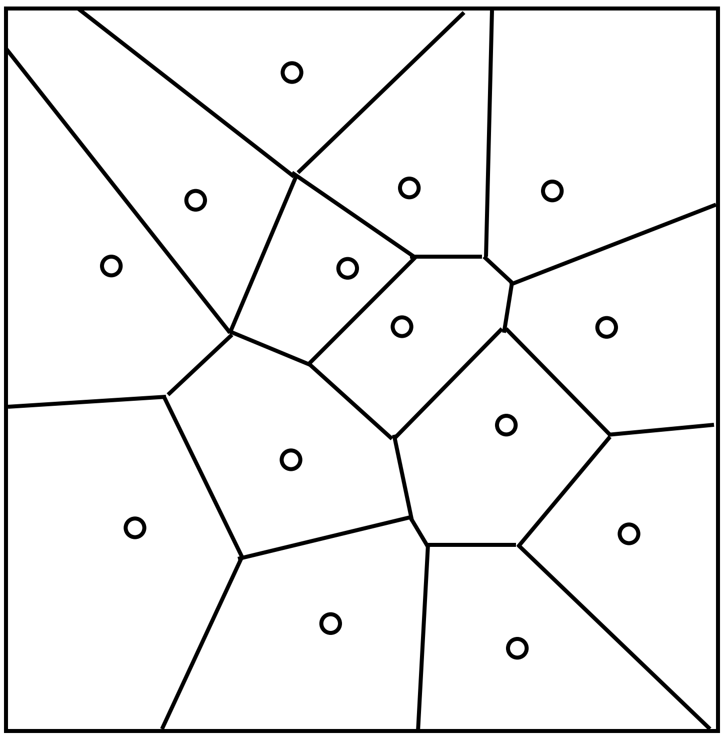
- Exemplos:

  – Representações adaptativas como *quadtrees* e *octrees* utilizam células de tamanho variável.

  – *Diagramas de Voronoi* permitem a representação por células cujo tamanho e forma variam.

<u>Objetos gráficos</u>: *representação não-uniforme*

Diagrama de voronoi



Octree