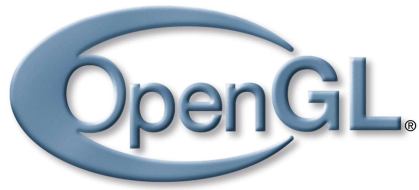


Computação Gráfica

TCC-00291

Assunto: Rasterização

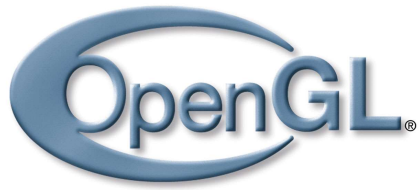


Rasterização

Introdução

Representação Vetorial x Matricial

Definimos os objetos da cena através de **primitivas geométricas**: pontos, segmentos de retas, polígonos, etc.



Rasterização

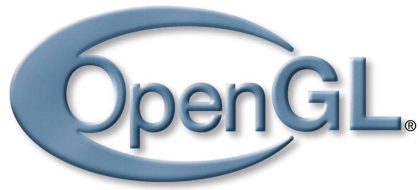
Introdução

Representação Vetorial x Matricial

Definimos os objetos da cena através de **primitivas geométricas**
: pontos, segmentos de retas, polígonos, etc.



Representação vetorial

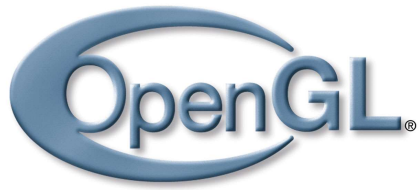


Rasterização

Introdução

Representação Vetorial x Matricial

Dispositivos gráficos podem ser pensados como **matrizes** de pixels .



Rasterização

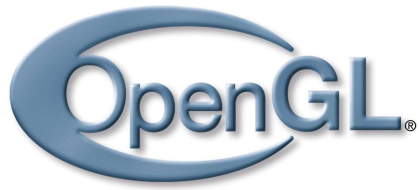
Introdução

Representação Vetorial x Matricial

Dispositivos gráficos podem ser pensados como **matrizes** de pixels .



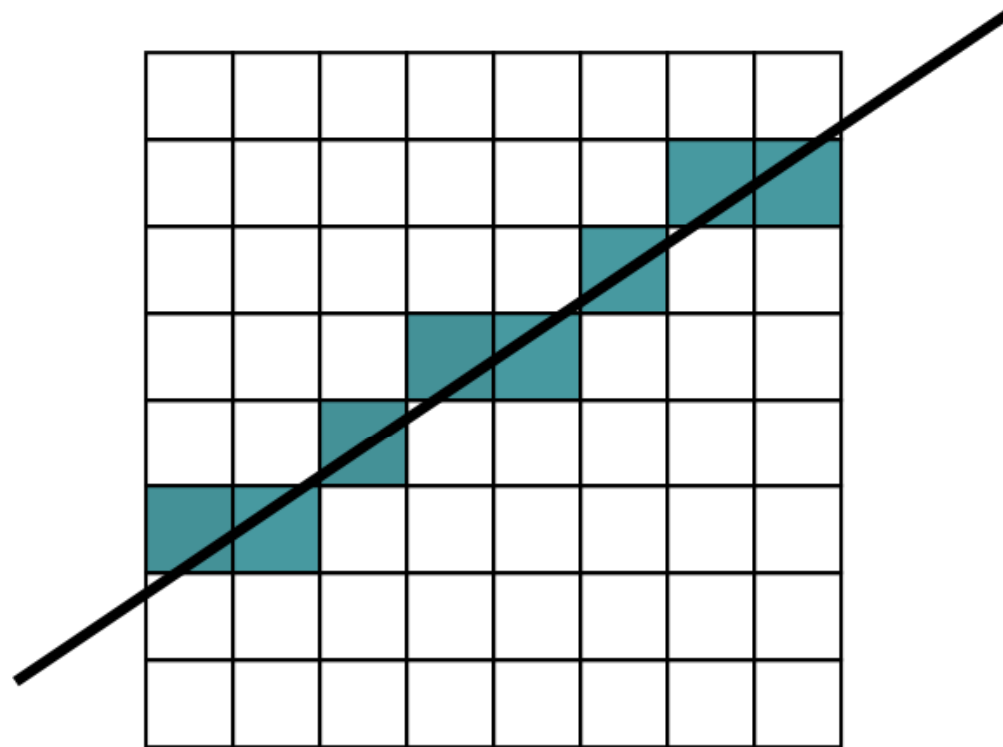
Representação matricial

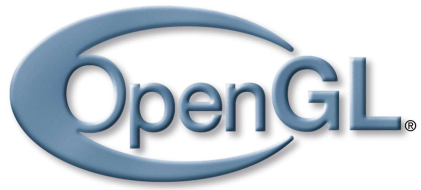


Rasterização

Introdução

A **rasterização** é o processo de conversão entre representações vetorial e matricial.



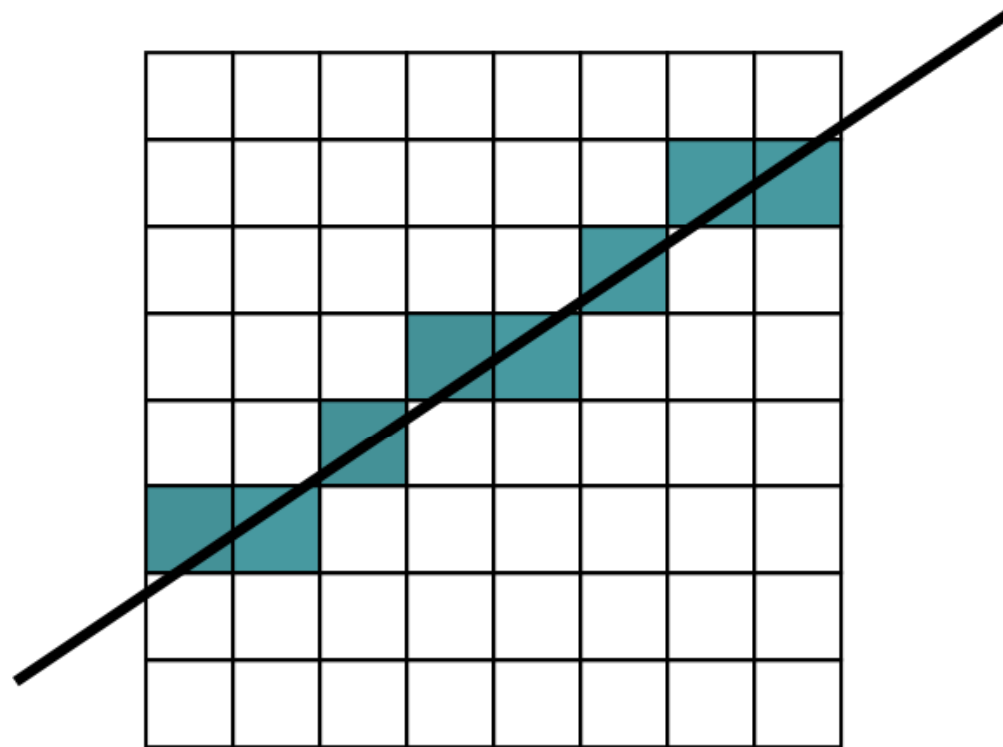


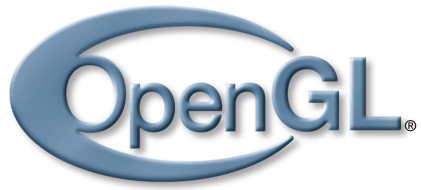
Rasterização

Introdução

A rasterização é um **processo de amostragem**

Domínio contínuo \longrightarrow Domínio discreto



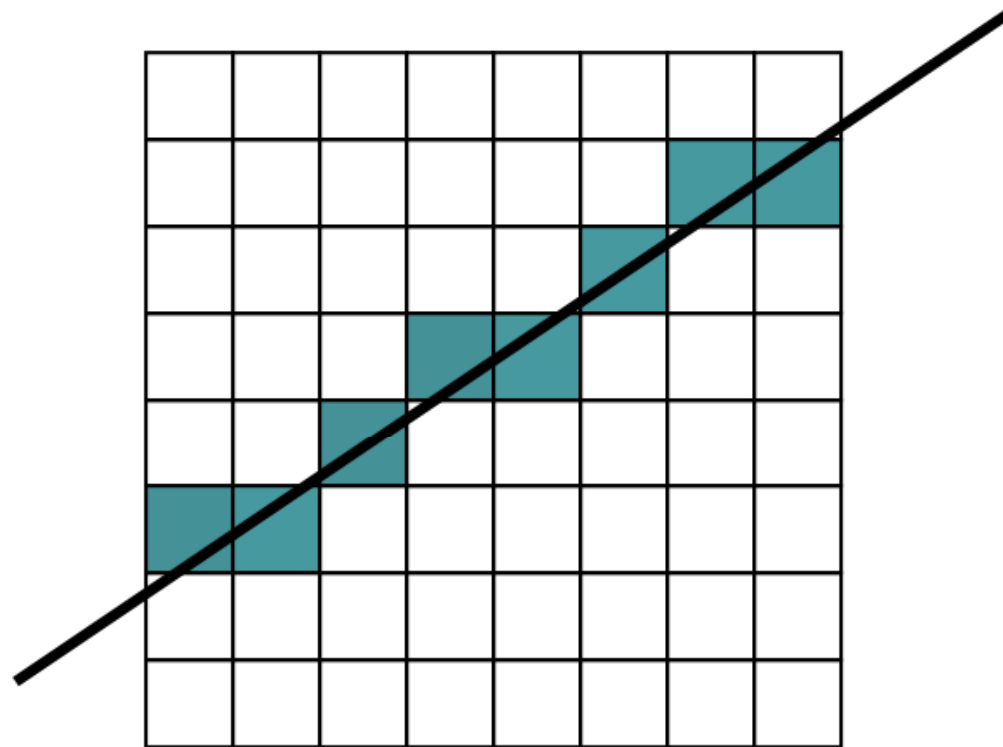


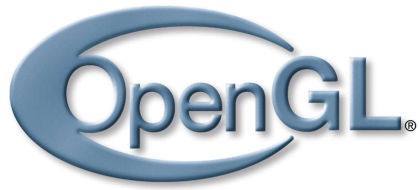
Rasterização

Introdução

A rasterização é um **processo de amostragem**

Problemas de **aliasing** são esperados



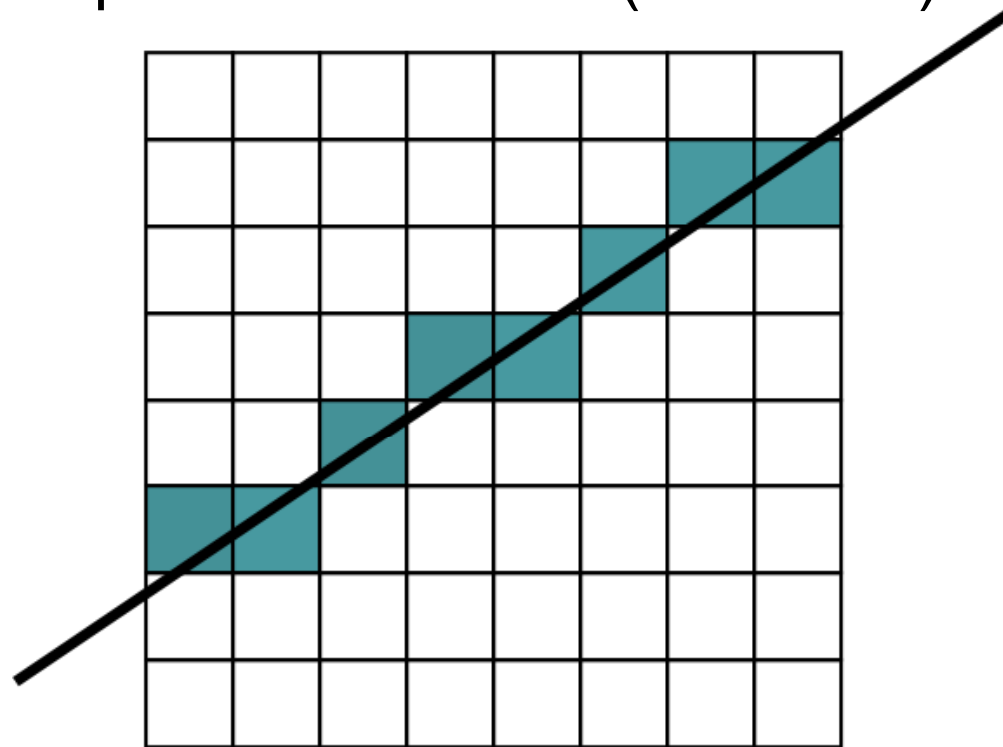


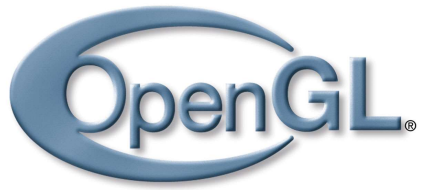
Rasterização

Introdução

A rasterização é um **processo de amostragem**

Cada primitiva pode gerar um grande número de pixels, logo rapidez é essencial (**hardware**)

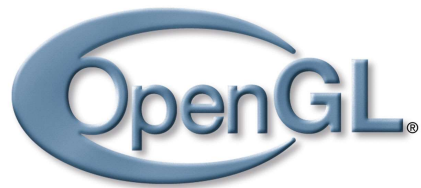




Rasterização

Introdução

Estudaremos apenas a rasterização de **segmentos de reta** e de **polígonos**.

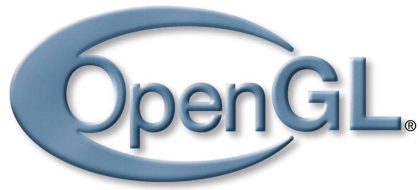


Rasterização

Introdução

Estudaremos apenas a rasterização de **segmentos de reta** e de **polígonos**.

Assumiremos que as primitivas **já foram clippadas** estão contidas no volume de visão.



Rasterização

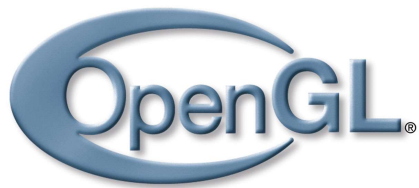
Introdução

Estudaremos apenas a rasterização de **segmentos de reta** e de **polígonos**.

Assumiremos que as primitivas **já foram clippadas** estão contidas no volume de visão.

Assumiremos também que as **coordenadas** de um pixel são dadas por:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lfloor x \rfloor + \frac{1}{2} \\ \lfloor y \rfloor + \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

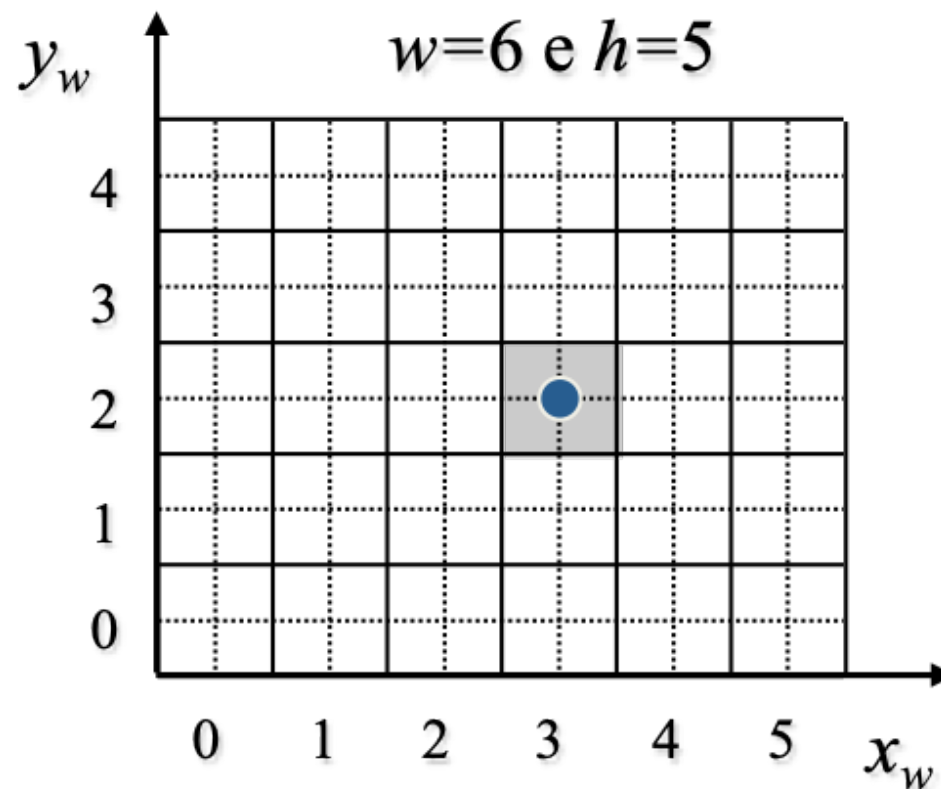


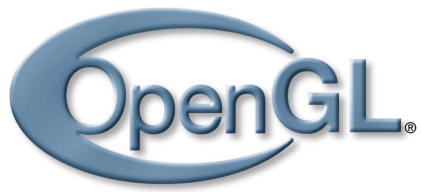
Rasterização

Introdução

Assumiremos também que as **coordenadas** de um pixel são dadas por:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lfloor x \rfloor + \frac{1}{2} \\ \lfloor y \rfloor + \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

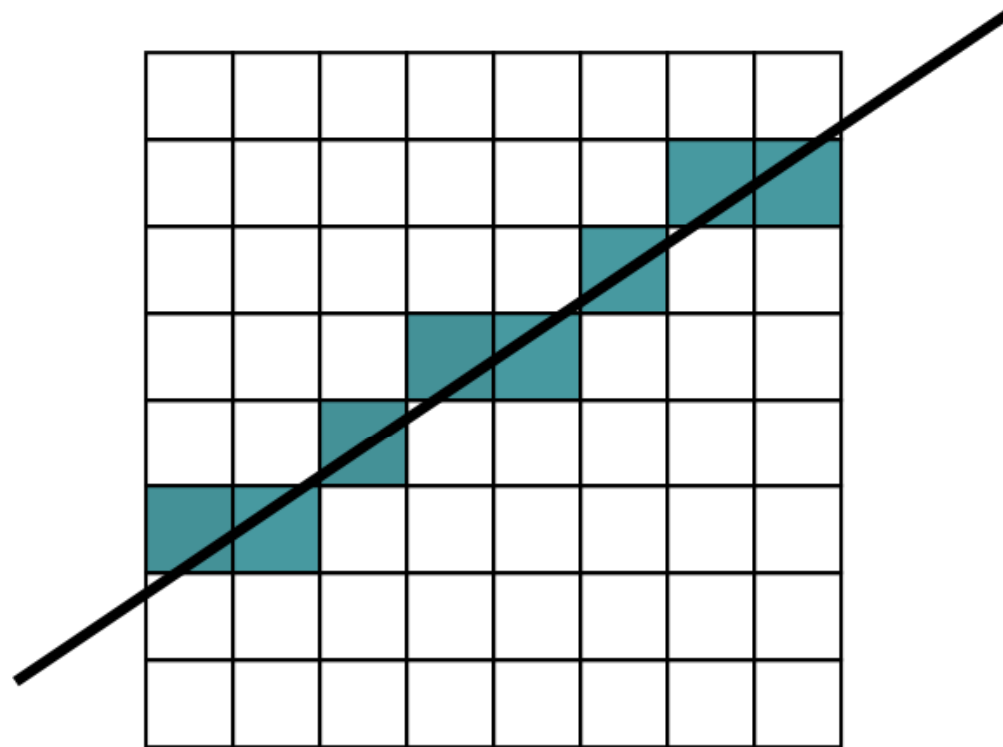


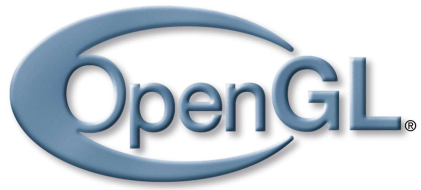


Rasterização

Segmentos

Como decidir quais pixels devem ser acesos para que seja traçada uma linha?



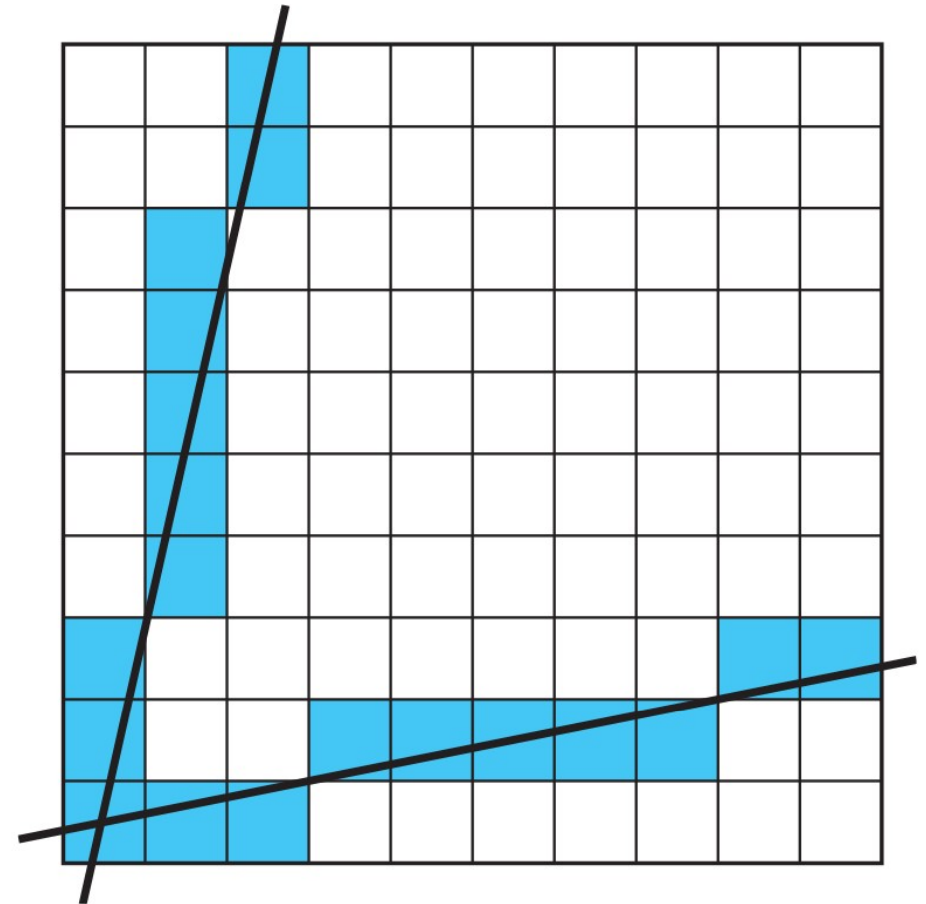


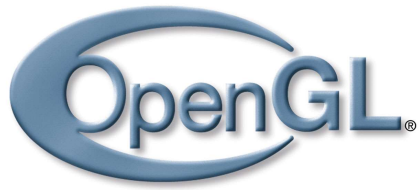
Rasterização

Cr terio de Bresenham

$$|x_2 - x_1| \geq |y_2 - y_1|$$

x dominante: um pixel por coluna





Rasterização

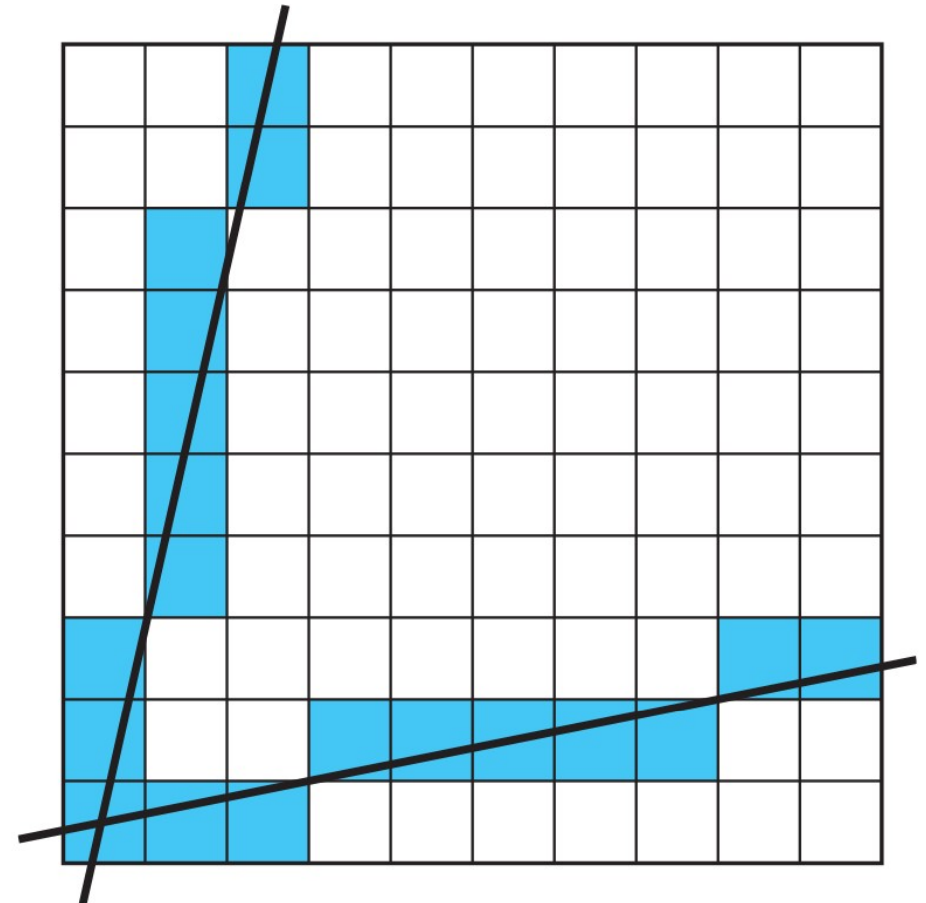
Cr terio de Bresenham

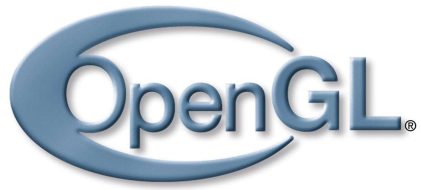
$$|x_2 - x_1| \geq |y_2 - y_1|$$

x dominante: um pixel por coluna

$$|x_2 - x_1| \leq |y_2 - y_1|$$

y dominante: um pixel por linha





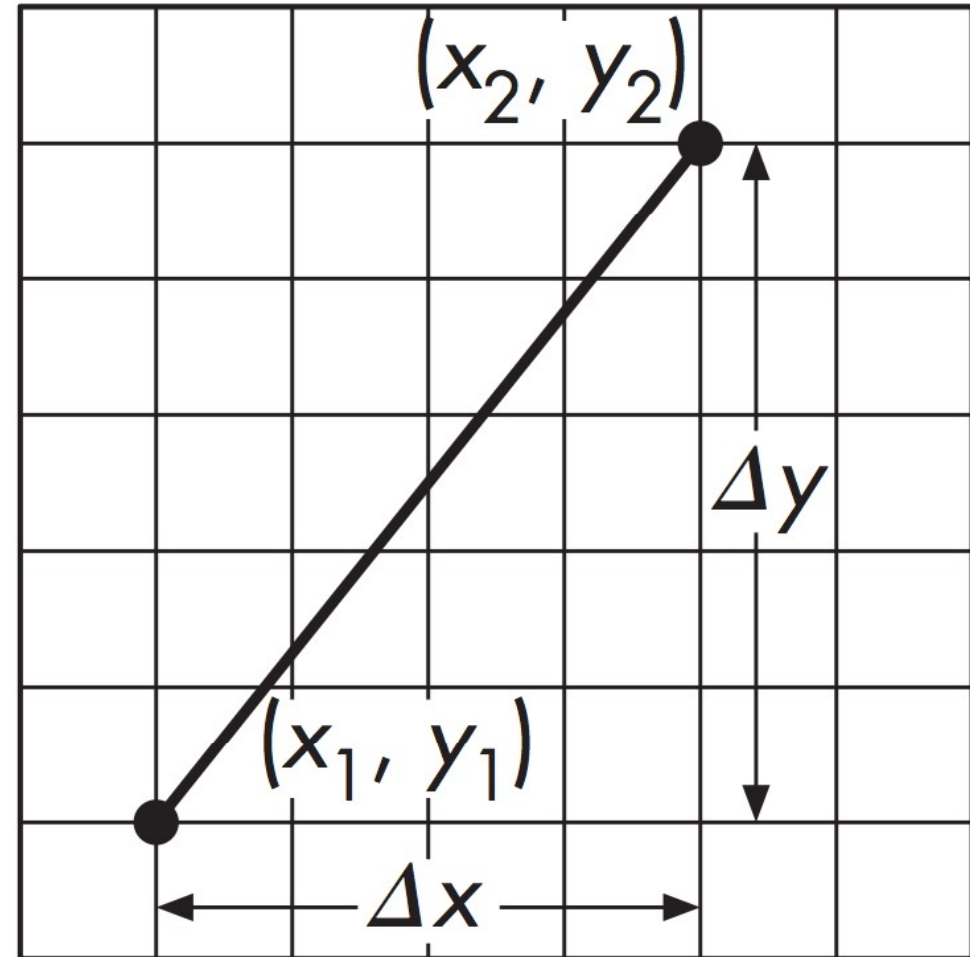
Rasterização

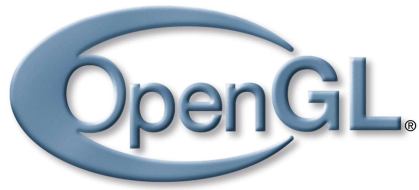
Algoritmo DDA

$$y_i = mx_i + b$$

↓

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$





Rasterização

Algoritmo DDA

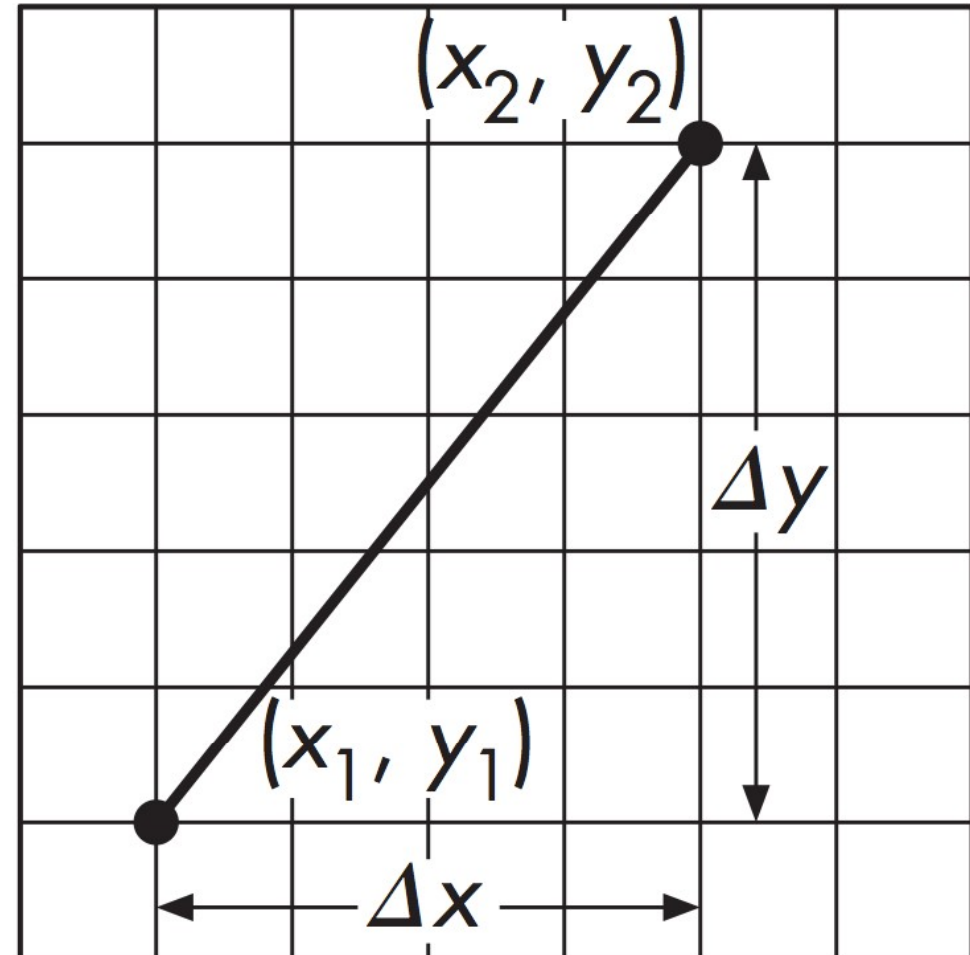
```

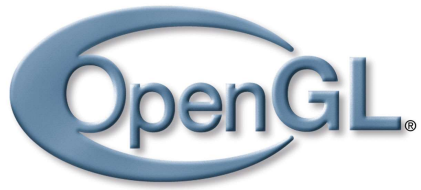
void linha(int x1, int y1,
          int x2, int y2)
{
    float m = (y2-y1)/(x2-x1);
    float b = y1 - m*x1;
    float y;

    fragmento(x1, y1);
    while( x1 < x2 )
    {
        x1++;
        y = m*x1 + b;

        fragmento(x1, Math.round(y));
    }
}

```





Rasterização

Algoritmo DDA

```

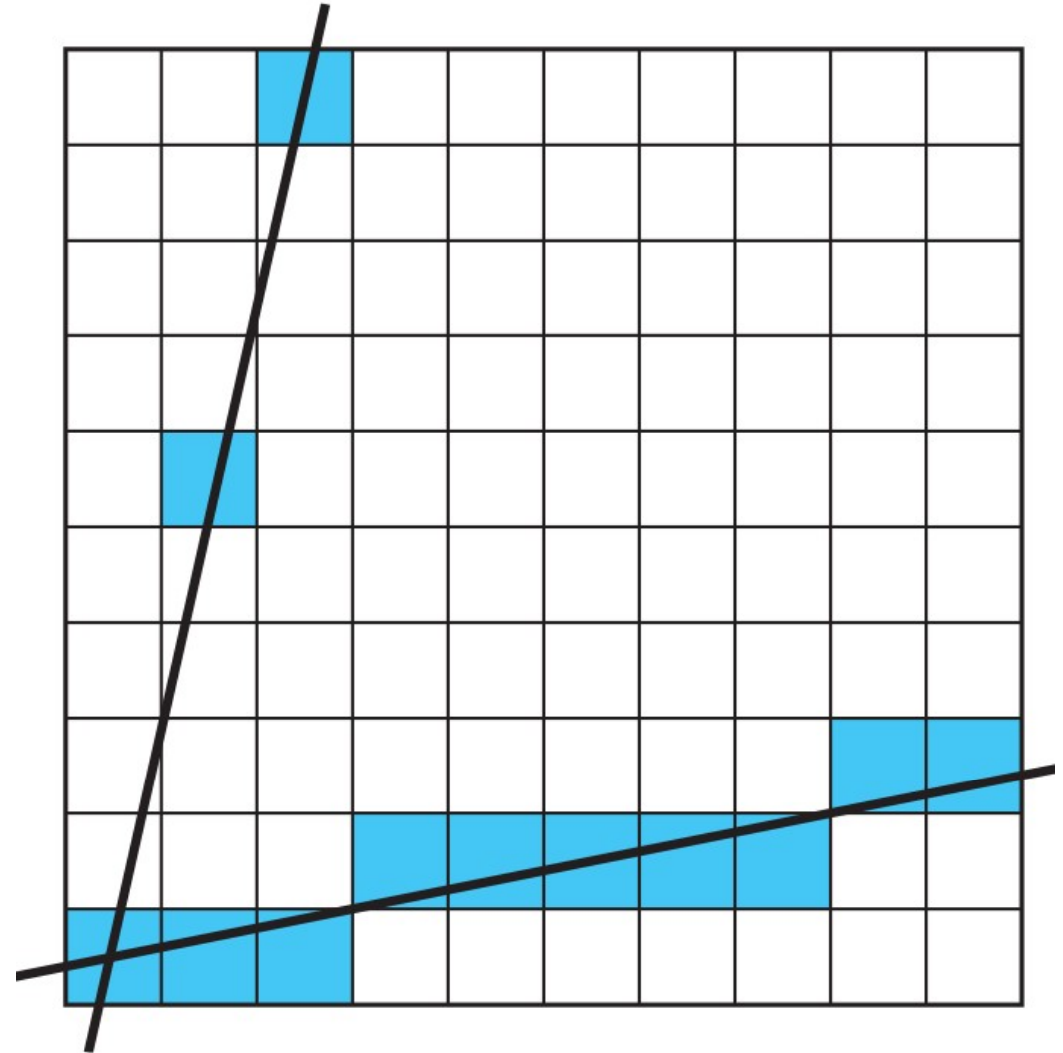
void linha(int x1, int y1,
          int x2, int y2)
{
    float m = (y2-y1)/(x2-x1);
    float b = y1 - m*x1;
    float y;

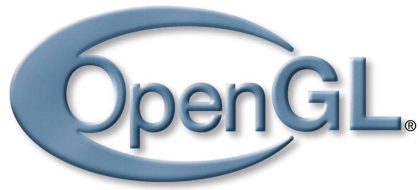
    fragmento(x1, y1);
    while( x1 < x2 )
    {
        x1++;
        y = m*x1 + b;

        fragmento(x1, Math.round(y));
    }
}

```

Obs. $0 \leq m \leq 1$





Rasterização

Algoritmo DDA

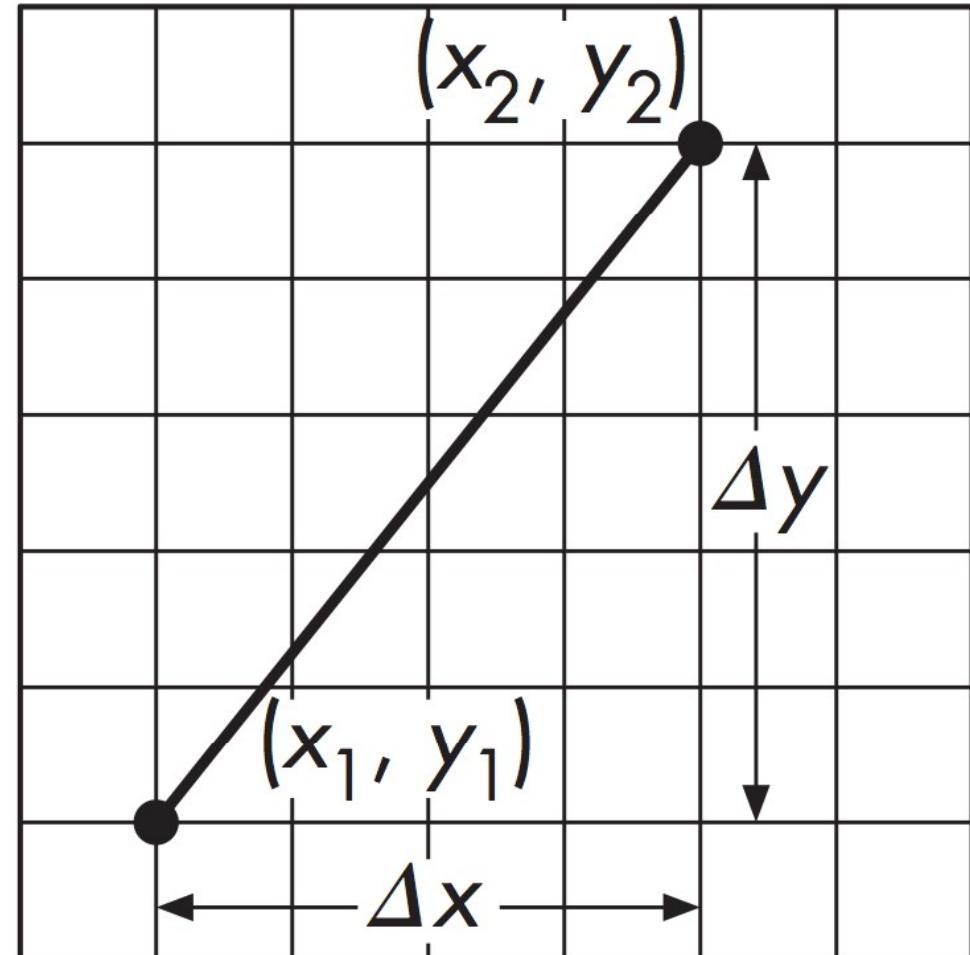
```

void linha(int x1, int y1,
          int x2, int y2)
{
    float m = (y2-y1)/(x2-x1);
    float b = y1 - m*x1;
    float y;

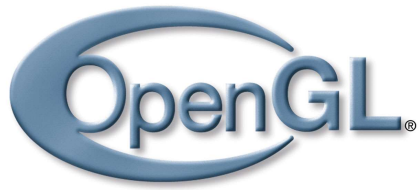
    fragmento(x1, y1);
    while( x1 < x2 )
    {
        x1++;
        y = m*x1 + b;

        fragmento(x1, Math.round(y));
    }
}

```



Como economizar?



Rasterização

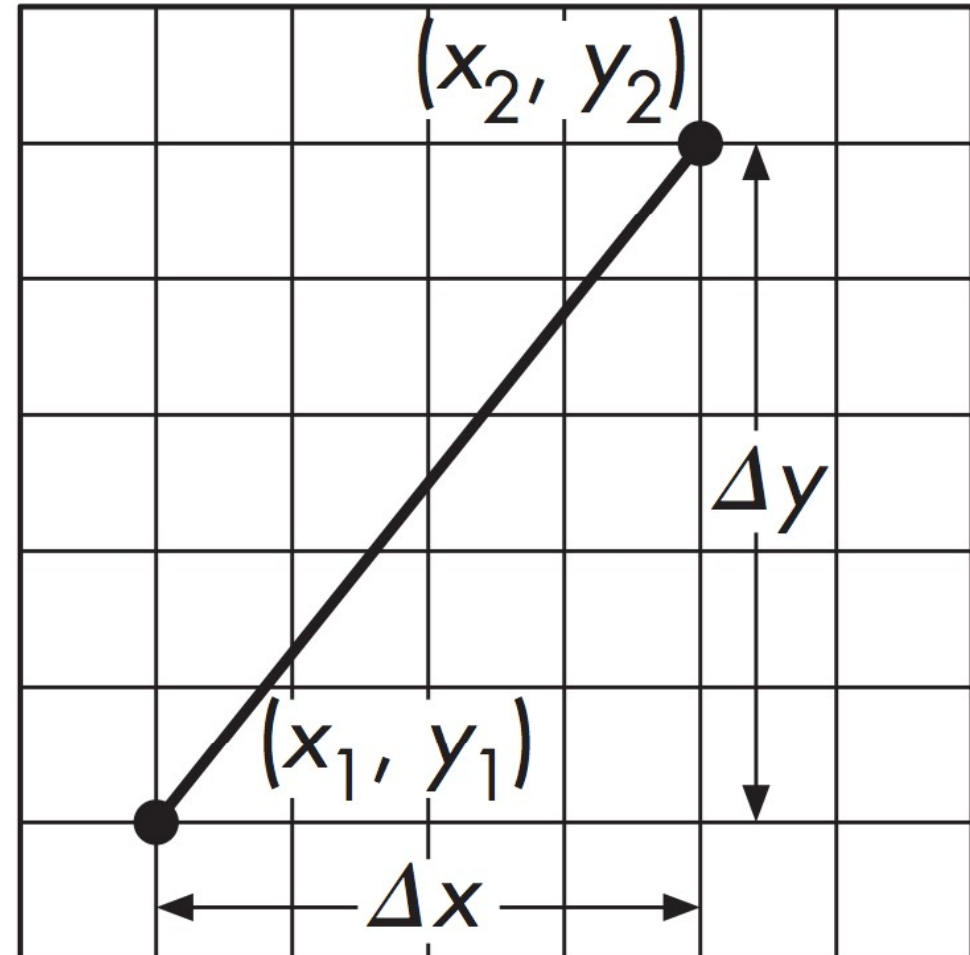
Algoritmo DDA

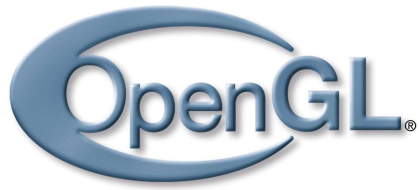
```

void linha(int x1, int y1,
          int x2, int y2)
{
    float m = (y2-y1)/(x2-x1);
    float b = y1 - m*x1;
    float y;

    fragmento(x1, y1);
    while( x1 < x2 )
    {
        x1++;
        y += m;
        fragmento(x1, Math.round(y));
    }
}

```



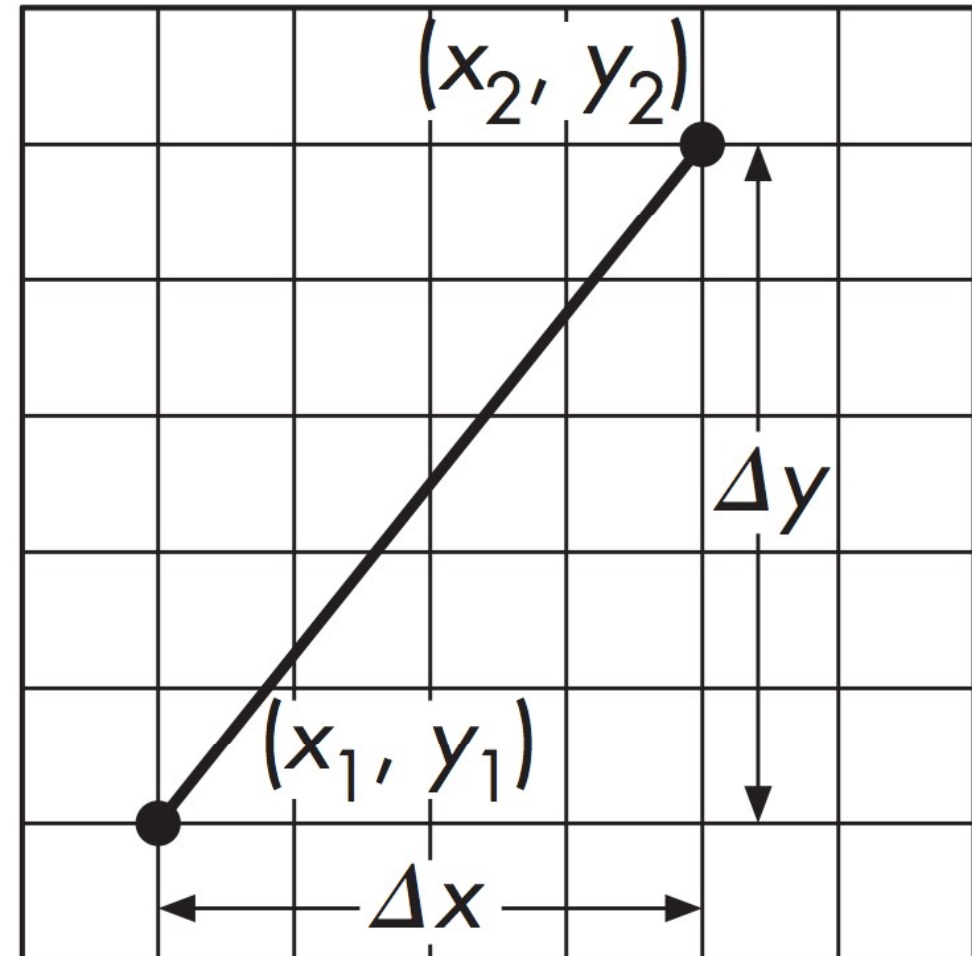


Rasterização

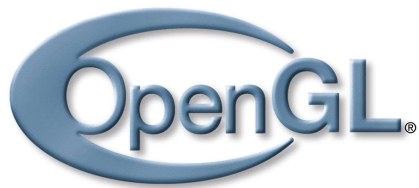
Algoritmo DDA

```
void linha(int x1, int y1,
          int x2, int y2)
{
    float m = (y2-y1)/(x2-x1);
    float b = y1 - m*x1;
    float y;

    fragmento(x1, y1);
    while( x1 < x2 )
    {
        x1++;
        y += m;
        y += m;
        fragmento(x1, Math.round(y));
    }
}
```



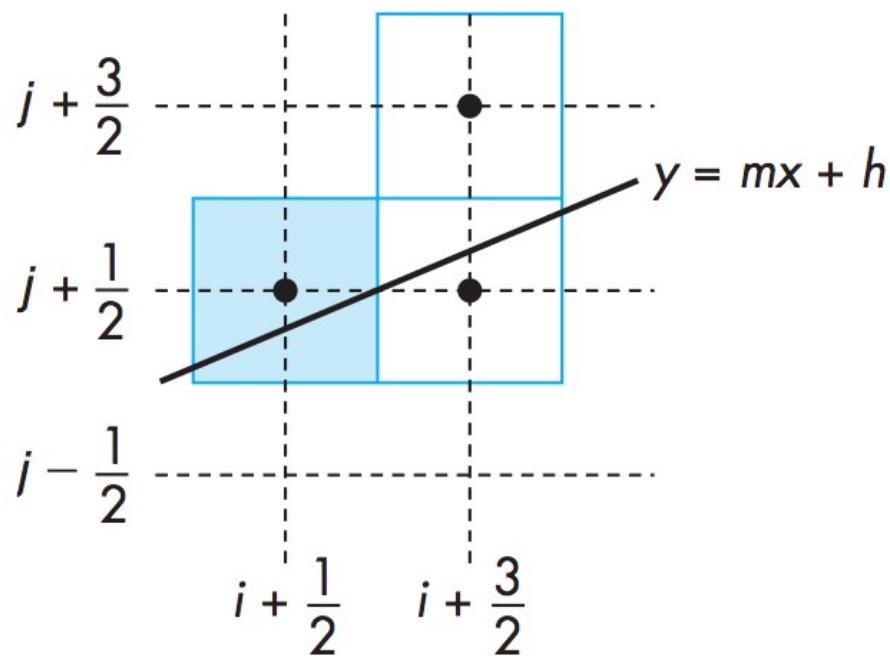
Como economizar?

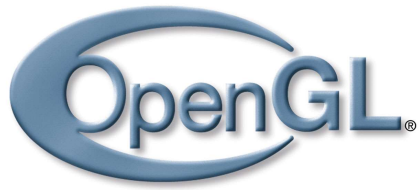


Rasterização

Algoritmo de Bresenham

Algoritmo **incremental** que utiliza apenas soma e subtração de inteiros.





Rasterização

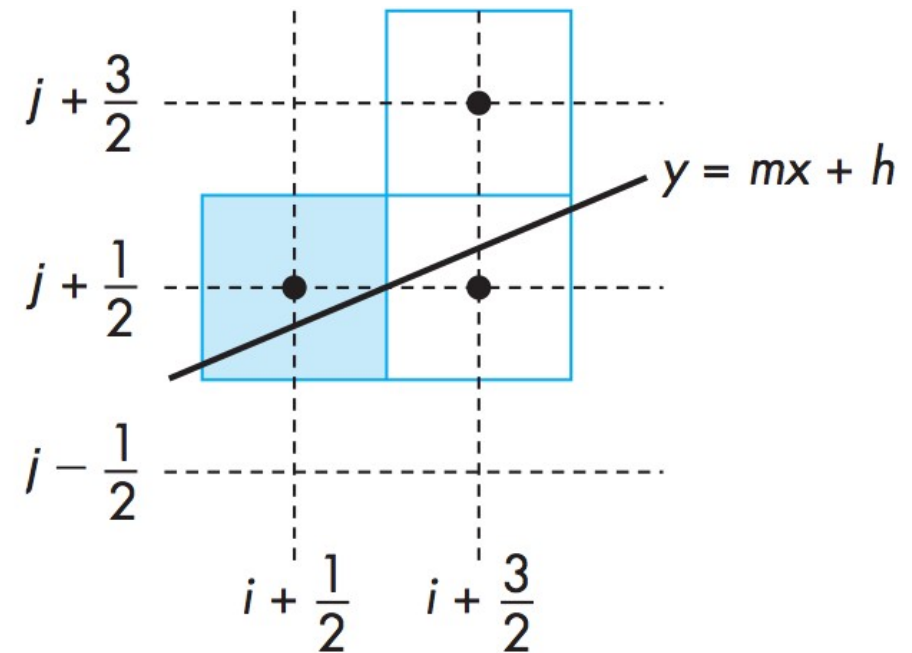
Algoritmo de Bresenham

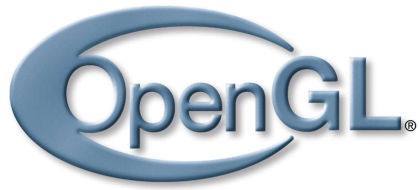
Algoritmo **incremental** que utiliza apenas soma e subtração de inteiros.

Idéia

Decidir se o próximo pixel vai ter coordenadas

$$\left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{1}{2}\right) \text{ ou } \left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{3}{2}\right)$$





Rasterização

Algoritmo de Bresenham

Algoritmo **incremental** que utiliza apenas soma e subtração de inteiros.

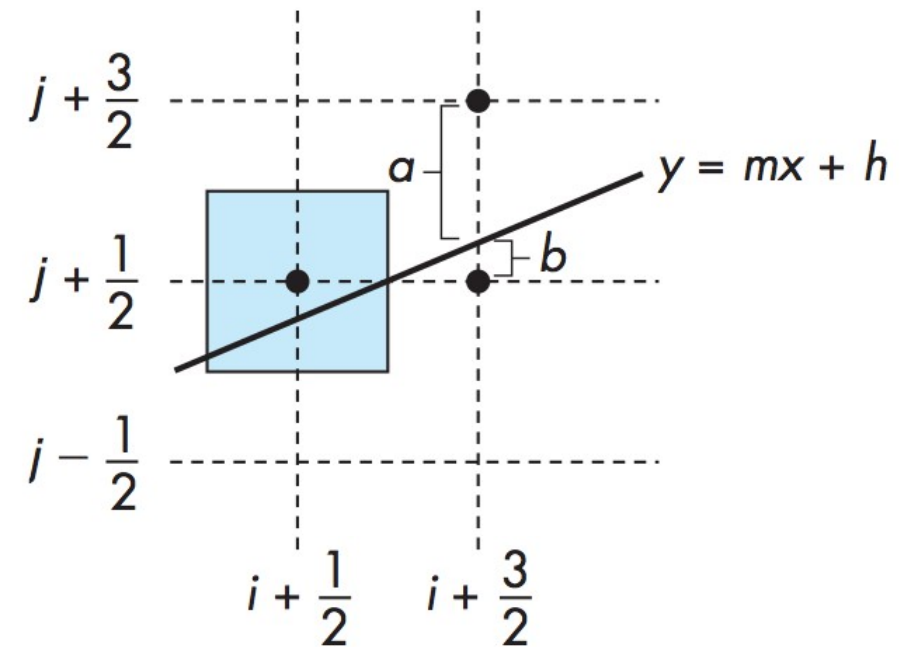
Idéia

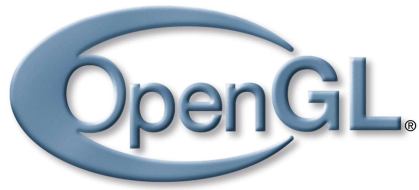
Decidir se o próximo pixel vai ter coordenadas

$$\left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{1}{2}\right) \text{ ou } \left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{3}{2}\right)$$

Baseado na **variável de decisão**

$$d = a - b$$



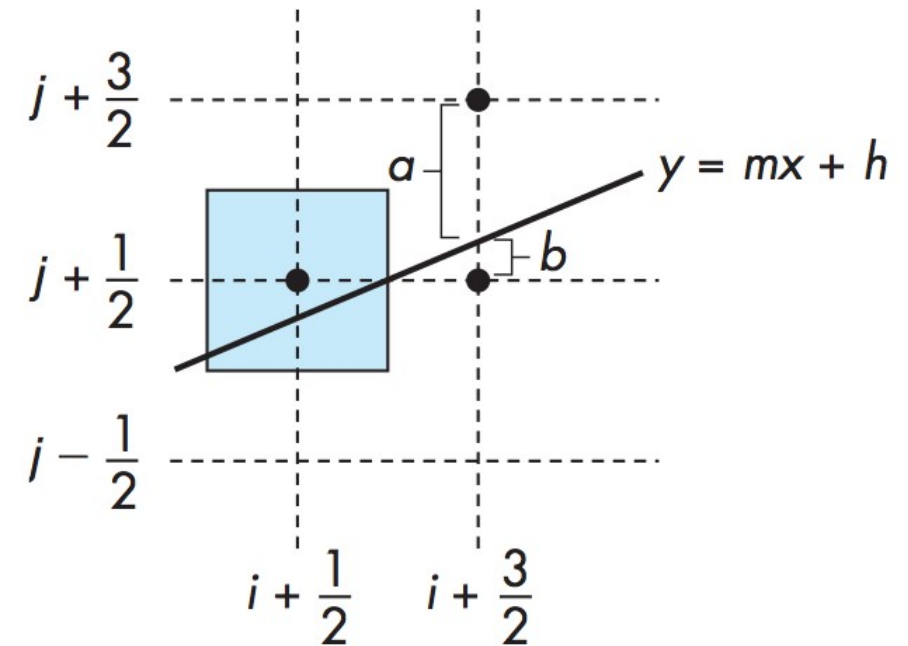


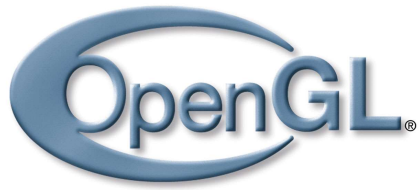
Rasterização

Algoritmo de Bresenham

Se a variável é **positiva**:

$$\left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{1}{2}\right)$$





Rasterização

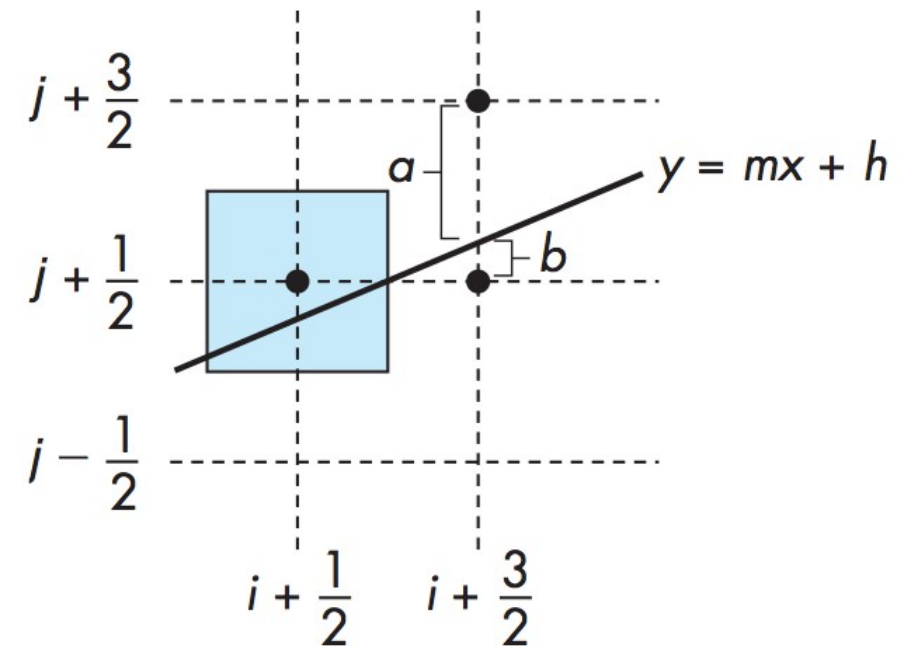
Algoritmo de Bresenham

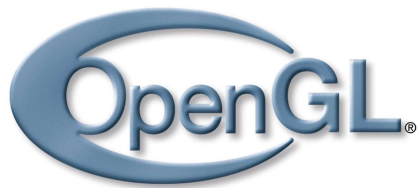
Se a variável é **positiva**:

$$\left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{1}{2}\right)$$

Se a variável é **negativa**:

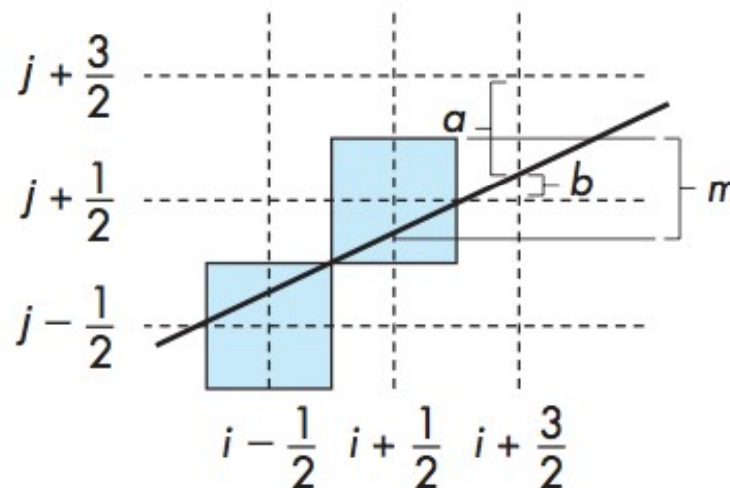
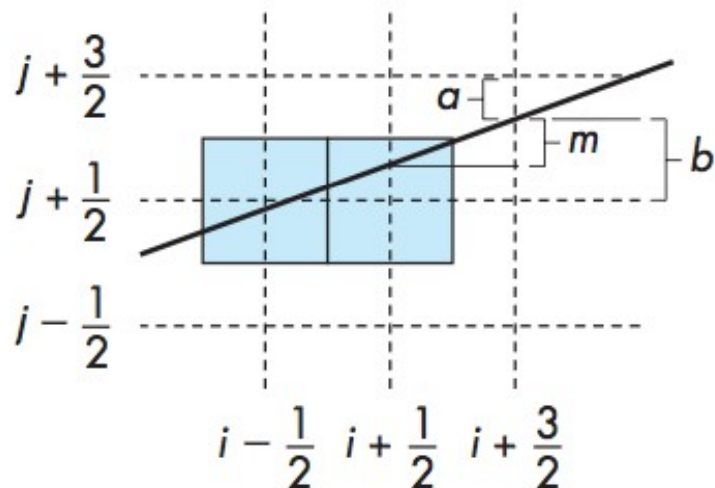
$$\left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{3}{2}\right)$$





Rasterização

Algoritmo de Bresenham



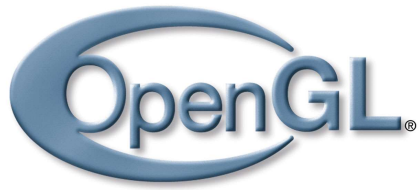
Calculando incrementalmente...

Se $d_k > 0$



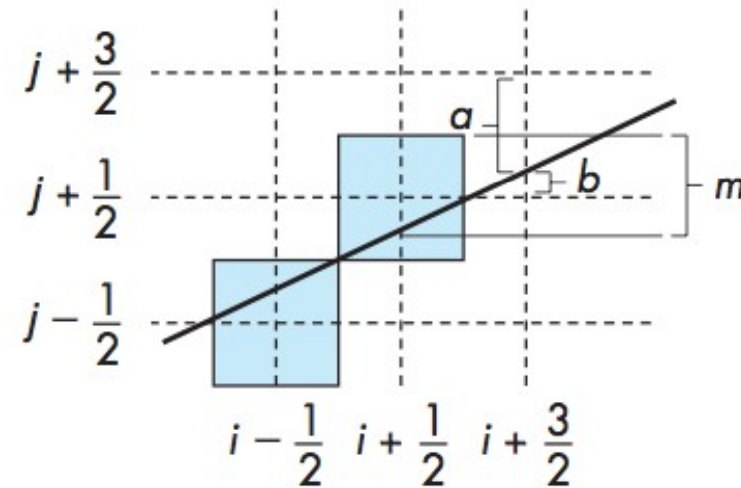
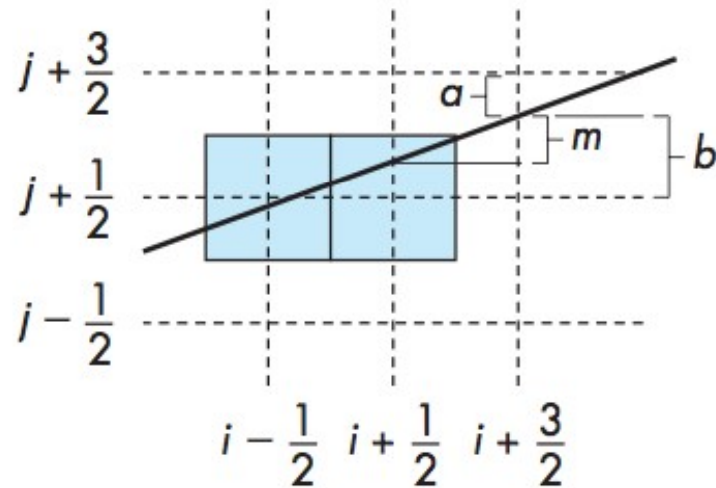
$$a_{k+1} = a_k - m$$

$$b_{k+1} = b_k + m$$



Rasterização

Algoritmo de Bresenham



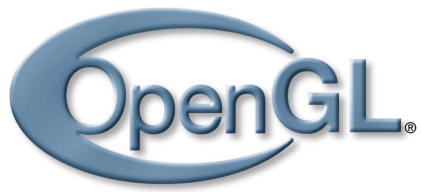
Calculando incrementalmente...

Se $d_k \leq 0$



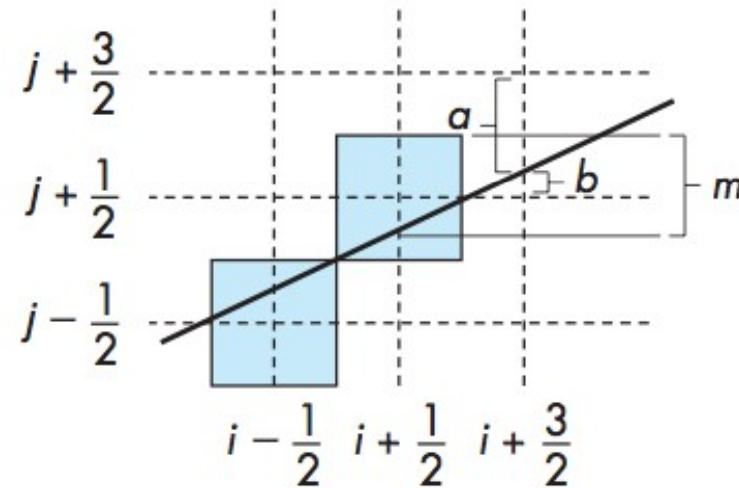
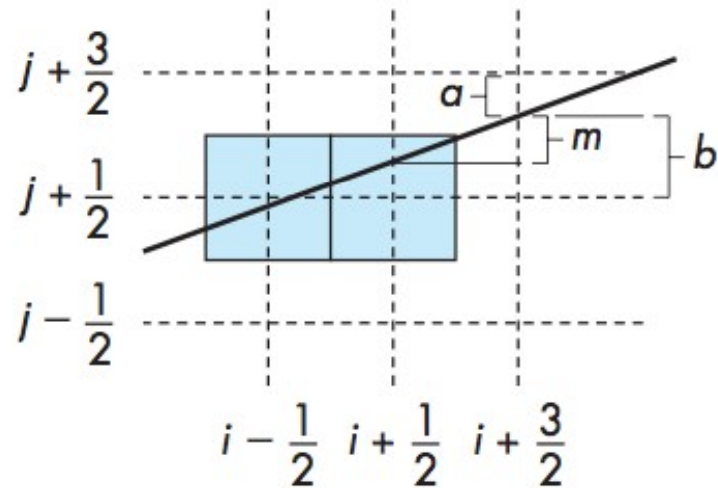
$$a_{k+1} = a_k + (1 - m)$$

$$b_{k+1} = b_k - (1 - m)$$



Rasterização

Algoritmo de Bresenham

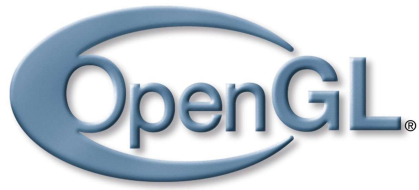


Calculando incrementalmente...

Lembrando \rightarrow

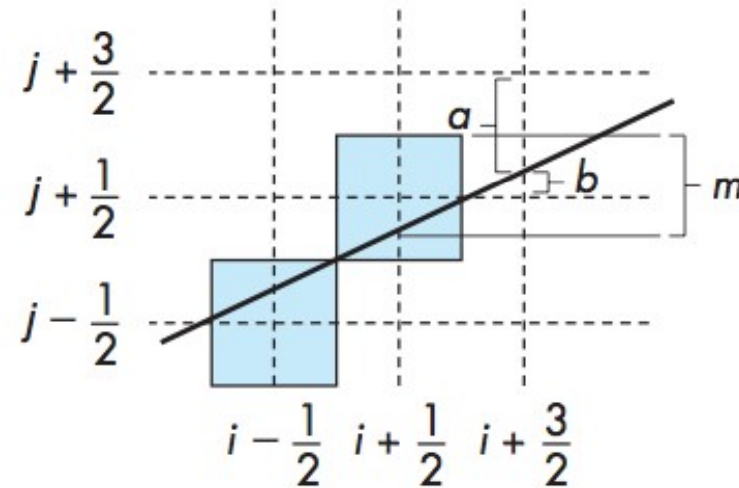
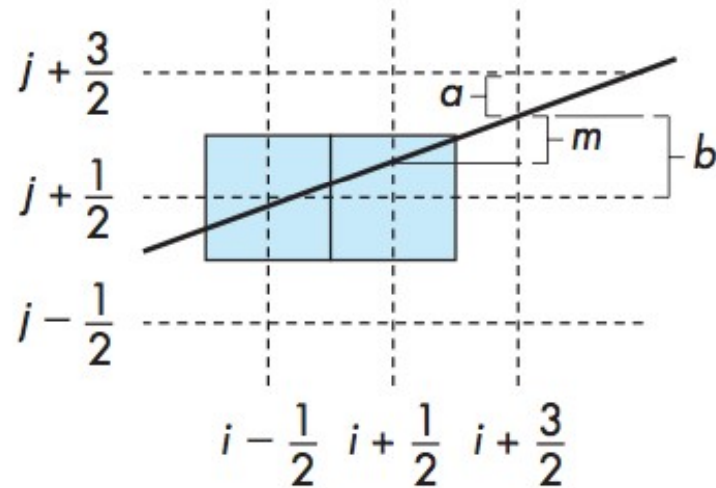
$$\Delta x = 1$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



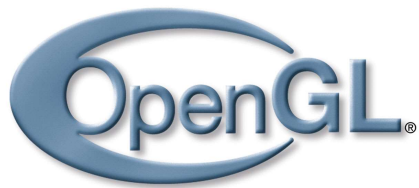
Rasterização

Algoritmo de Bresenham



Calculando **incrementalmente**...

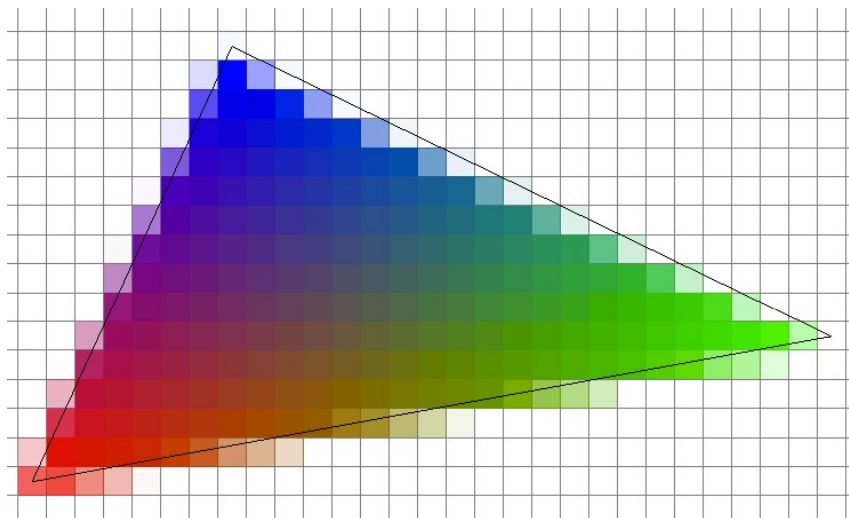
$$d_{k+1} = d_k - \begin{cases} 2\Delta y & \text{if } d_k > 0; \\ 2(\Delta y - \Delta x) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

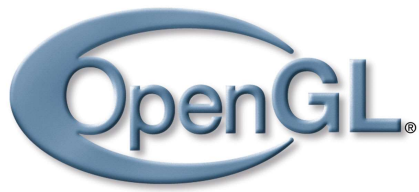


Rasterização

Polígonos

O processo de preenchimento de um polígono com um padrão de cores é **equivalente à decidir** quais pontos do plano estão em seu interior.



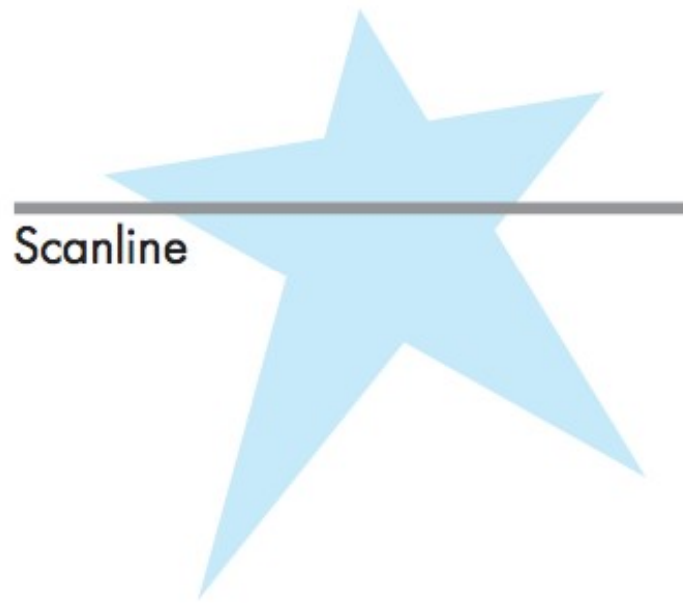


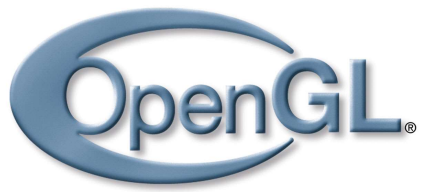
Rasterização

Polígonos

Teste **par** ou **ímpar**.

Todo raio saindo de **p** para o infinito deve cortar um número **ímpar** de segmentos do polígono, se o ponto for de interior e um número **par** se o ponto for de exterior.



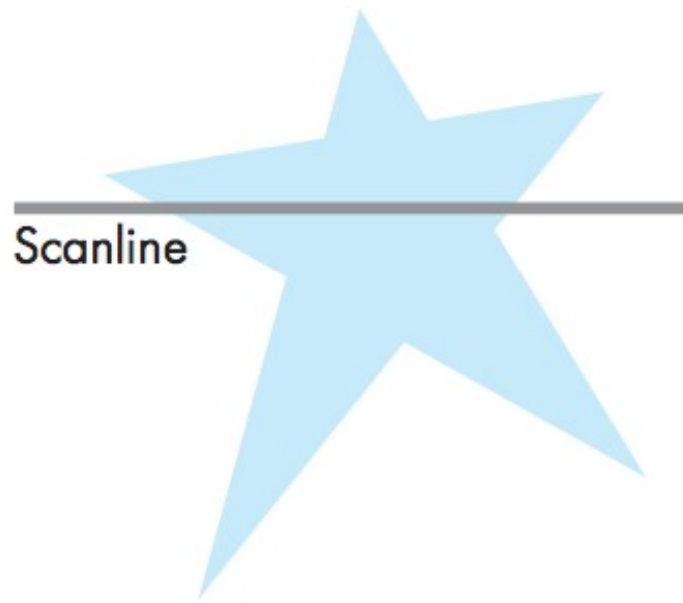


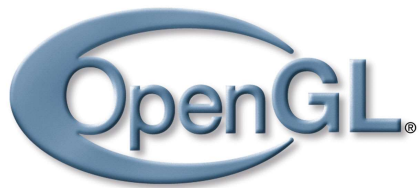
Rasterização

Polígonos

Teste **par ou ímpar**.

Usualmente, trabalhamos com **scanlines** para definir os segmentos e o ponto **p**.



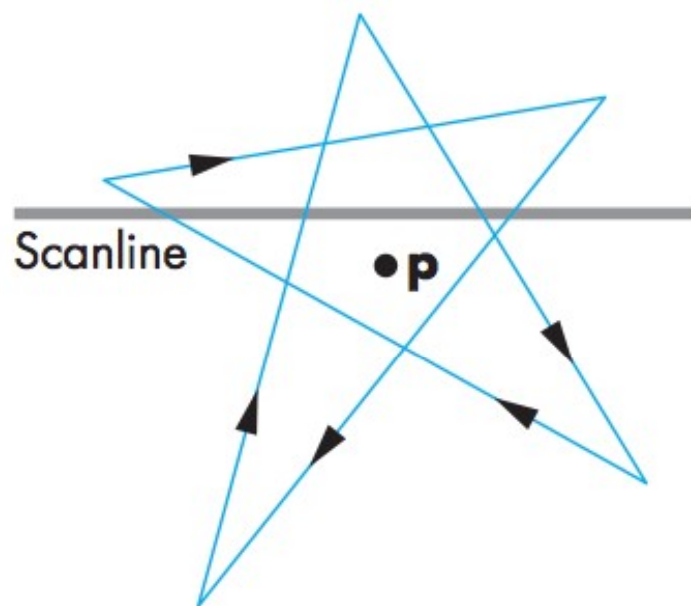


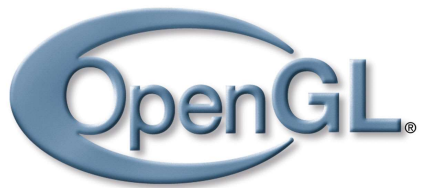
Rasterização

Polígonos

Teste **par ou ímpar**.

O algoritmo funciona para polígonos **simples**, como vemos no exemplo abaixo:



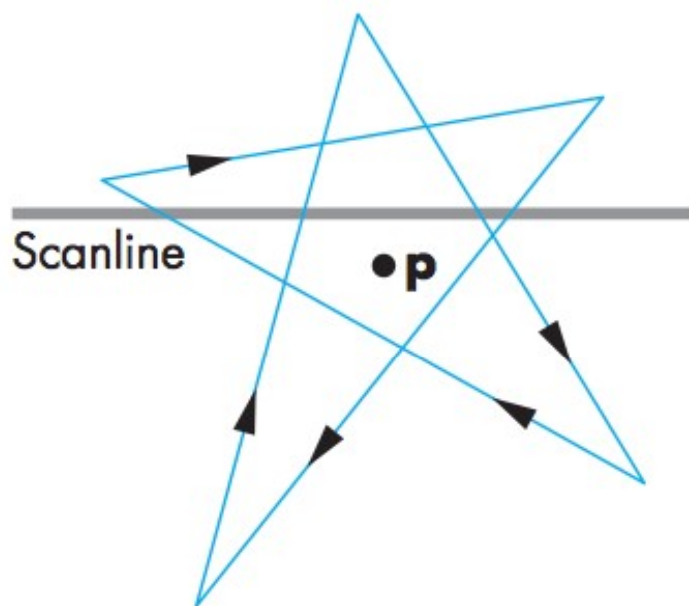


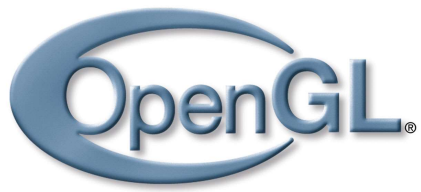
Rasterização

Polígonos

Teste **winding number**.

Supõe que as arestas do polígono são percorridas em uma **direção fixa**, a partir de um ponto inicial.



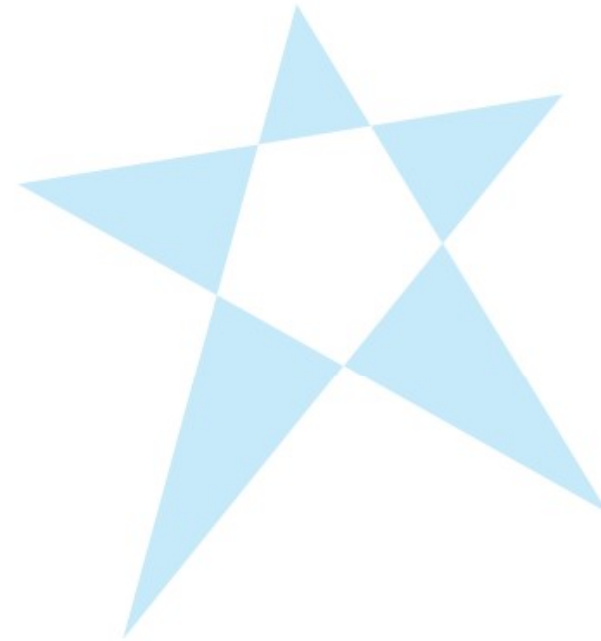
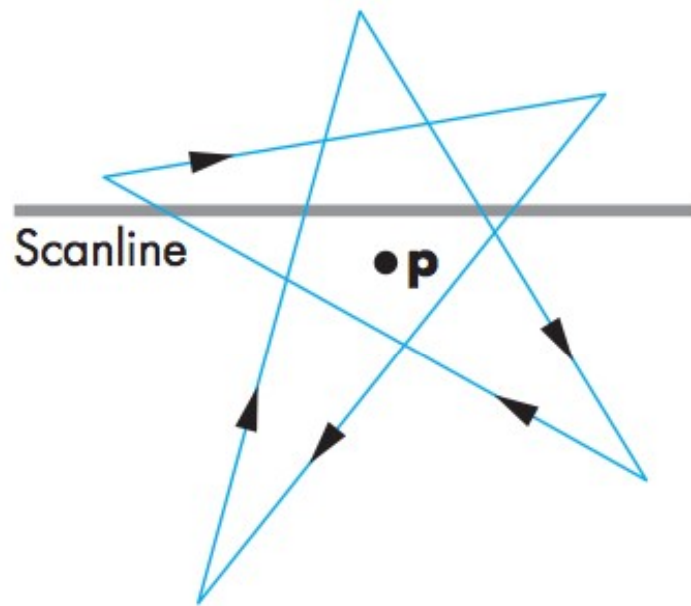


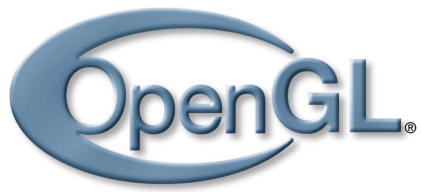
Rasterização

Polígonos

Teste **winding number**.

O winding number é o número de vezes que o ponto é envolvido por um **ciclo de segmentos**.



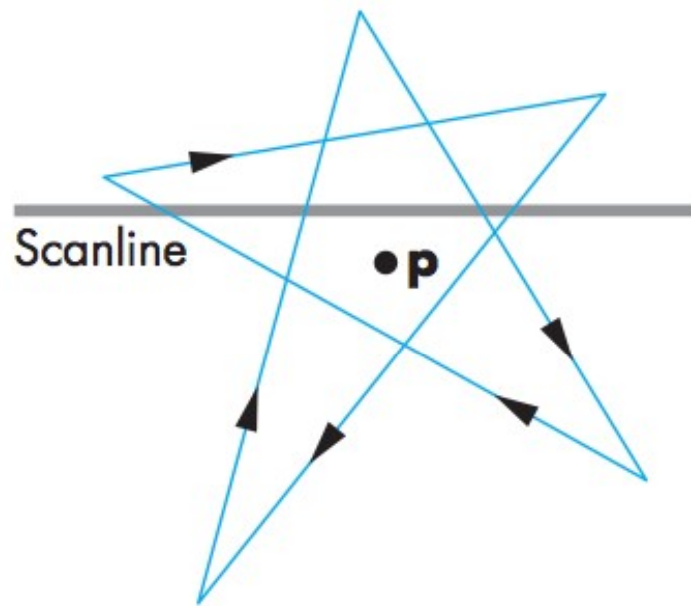


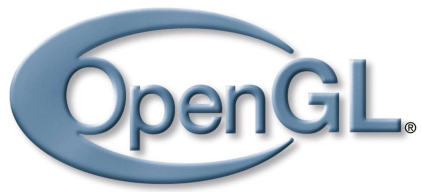
Rasterização

Polígonos

Teste **winding number**.

Se o ponto tiver winding number igual a zero, então é **exterior**.



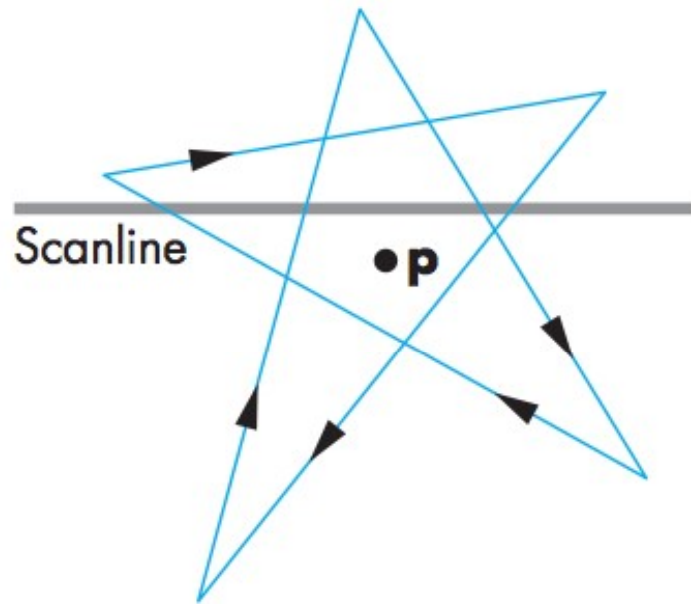


Rasterização

Polígonos

Teste **winding number**.

Exercício: Calcule o winding number de **p**.



Computação Gráfica

TCC-00291

Assunto: Rasterização