Inteligência Artificial

Exercícios e Respostas – Cap. 16

Profª Bianca Zadrozny
http://www.ic.uff.br/~bianca/ia

Exercícios – Cap. 16

1. (16.2) Os bilhetes de uma loteria custam \$1. Existem dois prêmios possíveis: uma recompensa de \$10 com probabilidade 1/50, e uma recompensa de \$1.000.000 com probabilidade 1/2.000.000. Qual é o valor monetário esperado de um bilhete de loteria? Quando (se for o caso) é racional comprar um bilhete? Seja exato – mostre uma equação envolvendo utilidades. Você pode supor o valor atual de \$k e que $U(S_k)$=0. Você pode também supor que $U(S_k+10)=10\times U(S_k+1)$, mas você não pode fazer quaisquer suposições sobre $U(S_k+1.000.000)$.

   Estudos sociológicos mostram que pessoas com renda mais baixa comprar um número desproporcional de bilhetes de loteria. Você acha que isso ocorre porque elas são tomadoras de decisão piores ou porque elas tem uma função de utilidade diferente?

Exercícios – Cap. 16

2. (16.3) Em 1738, J. Bernoulli investigou o paradoxo de São Petersburgo, que funciona assim: você tem a oportunidade de participar de um jogo em que uma moeda imparcial é lançada repetidamente até dar o resultado cara. Se o primeiro resultado cara aparecer até o n-ésimo lançamento, você ganha 2^n dólares.
   a) Mostre que o valor monetário esperado desse jogo é infinito.
   b) Quanto você, pessoalmente, pagaria para participar do jogo?
   c) Bernoulli resolveu o aparente paradoxo sugerindo que a utilidade do dinheiro é medida em uma escala logarítmica (isto é, $U(S_n) = a \log 2n + b$, onde S_n é o estado de ter \$$n$). Qual é a utilidade esperada do jogo nessa hipótese?
   d) Qual é a quantia máxima que seria racional pagar para participar do jogo, supondo-se que a riqueza inicial de alguém seja \$$k$?

Respostas – Cap. 16

1. O valor monetário esperado de um bilhete de loteria é:

$$EMV(L) = \frac{1}{50} \times \$10 + \frac{1}{2000000} \times \$1000000 = \$0.70$$

A utilidade de se jogar na loteria é:

$$\begin{aligned} U(L) &= \frac{1}{50}U(S_{k+10}) + \frac{1}{2,000,000}U(S_{k+1,000,000}) \\ &\approx \frac{1}{5}U(S_{k+1}) + \frac{1}{2,000,000}U(S_{k+1,000,000}) \end{aligned}$$

Logo, é racional comprar o bilhete quando:

$$U(S_{k+1,000,000}) > 1,600,000U(\$1)$$

Respostas – Cap. 16

1. (cont.) Logo, para comprar o bilhete o indivíduo deve ter um comportamento de querer correr risco. Isso não é muito esperado em indivíduos de renda mais baixa, então é possível que eles não estejam sendo racionais (por não entender o que seria um evento de tão baixa probabilidade).

   Podemos também considerar a utilidade de "viver a emoção" do jogo (parecida com a utilidade de ver um filme).

Respostas – Cap. 16

2.
   a) A probabilidade que a primeira cara apareça na n-ésima jogada é 2^{-n}, logo:

$$EMV(L) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot 2^n = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

   b) Valores variam entre \$4 e \$100.
   c) Suponha uma riqueza inicial (depois de jogar \$c) de \$(k-c). Então:

$$U(L) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot (a \log_2(k - c + 2^n) + b)$$

   Supondo que (k-c)=0, temos

$$\begin{aligned} U(L) &= \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot (a \log_2(2^n) + b) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot an + b \\ &= 2a + b \end{aligned}$$

Respostas – Cap. 16

2.

d) A resposta é o valor de c que resolve a equação:

$$a \log_2 k + b = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot (a \log_2(k - c + 2^n) + b)$$

No caso simplificado é:

$$a \log_2 k + b = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cdot (a \log_2(k - c + 2^n) + b)$$

$c = \$4$