Inteligência Artificial

Aula 11
Profª Bianca Zadrozny
http://www.ic.uff.br/~bianca/ia

Incerteza

Capítulo 13 – Russell & Norvig
Seções 13.1 a 13.4

Incerteza

- Seja a ação A_t = sair para o aeroporto t minutos antes do vôo.
- A_t me levará ao aeroporto a tempo?
- Dificuldades de saber o resultado da ação:
  - Estados parcialmente observáveis
    - Estados das estradas, trânsito, etc.
  - Sensores ruidosos
    - Relatórios de trânsito
  - Incerteza quanto ao efeito das ações
    - Acidentes, pneu furado, etc.
  - Grande complexidade em prever e modelar o trânsito

Incerteza

- Um procedimento puramente lógico não é muito útil nesse caso, porque:
  1. Arriscaria deduzir algo potencialmente falso
     - “A_{45} me levará a tempo ao aeroporto”
  2. Levaria a conclusões fracas para tomada de decisões
     - “A_{45} me levará a tempo ao aeroporto, se nenhum acidente ocorrer na ponte, se não chover, se nenhum pneu furar, etc.”
  3. Levaria a conclusões que não práticas
     1. “A_{1440} me levará a tempo ao aeroporto”

Lidando com a incerteza

- Probabilidade
  - Modela o **grau de crença** de um agente dadas as evidências disponíveis
    - “A_{25} chegará a tempo ao aeroporto com probabilidade 0.04”
    - “A_{45} chegará a tempo ao aeroporto com probabilidade 0.85”
    - “A_{60} chegará a tempo ao aeroporto com probabilidade 0.95”

Probabilidade

- A probabilidade proporciona um meio para resumir a incerteza que vem de:
  - Preguiça = falha em enumerar todas as possíveis exceções à regra
  - Ignorância = falta de conhecimento sobre fatos relevantes, condições iniciais

Probabilidade

- Probabilidade subjetiva ou bayesiana
  - Estabelece o estado de crença do agente em uma sentenças, dadas as evidências.
  - Muda quando novas evidências chegam
    - $P(A_{25}|\text{nenhum acidente}) = 0.06$
    - $P(A_{25}|\text{nenhum acidente, 5 a.m.}) = 0.15$
- As sentenças são verdadeiras ou falsas.
  - O que muda é o grau de crença do agente na sentença.
  - Atribuir probabilidade 0 a uma sentença significa acreditar que ela é falsa com certeza absoluta.
  - Atribuir probabilidade 1 a uma sentença significa acreditar que ela é verdadeira com certeza absoluta.

Decisões sob incerteza

- Suponha o seguinte conjunto de crenças:

  $P(A_{25}$ chega a tempo | ...) = 0.04
  $P(A_{90}$ chega a tempo| ...) = 0.70
  $P(A_{120}$ chega a tempo| ...) = 0.95
  $P(A_{1440}$ chega a tempo| ...) = 0.9999

- Que ação o agente deve tomar?
  - Depende de suas **preferências** sob perder o vôo versus o tempo esperando no aeroporto.
    - Teoria da utilidade = representação de preferências
    - Teoria da decisão = teoria da probabilidade + teoria da utilidade

Introdução à probabilidade

- Elemento básico: variável aleatória
  - Análogo à lógica proposicional
    - Mundos possíveis são definidos pela atribuição de valores às variáveis.
  - Cada variável aleatória tem um **domínio** que determina seus valores possíveis.
    - Tipos de domínio
      - **Booleano**, ex.: *Cárie* possui valores em <verdadeiro,falso>
      - **Discreto**, ex.: *Clima* possui valores em <ensolarado, chuvoso, nublado, neve>
      - **Contínuo**, ex.: *Temperatura*

Introdução à probabilidade

- Proposições elementares
  - São construídas através da atribuição de valores a variáveis.
  - Ex.: *Clima* = ensolarado, *Cárie* = falso (abreviado como ¬*cárie*)
- Proposições complexas
  - São formadas a partir de proposições elementares e conectivos lógicos padrão
  - Ex.: *Clima* = ensolarado ∨ *Cárie* = falso

Introdução à probabilidade

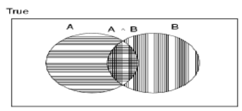
- Evento atômico
  - Especificação completa do estado do mundo sobre o qual o agente está incerto.
    - Uma atribuição de valores a TODAS as variáveis das quais o mundo é formado.
    - Eventos atômicos são mutuamente exclusivos e exaustivos.

Evento atômico: exemplo

- Se o mundo consistir somente de 2 variáveis booleanas (*Cárie* e *DorDeDente*), então há 4 eventos atômicos distintos:
  - *Cárie* = verdadeiro ∧ *DorDeDente* = verdadeiro
  - *Cárie* = verdadeiro ∧ *DorDeDente* = falso
  - *Cárie* = falso ∧ *DorDeDente* = verdadeiro
  - *Cárie* = falso ∧ *DorDeDente* = falso

Axiomas da Probabilidade

- Para quaisquer proposições *A, B*
  - $0 \leq P(A) \leq 1$
  - P(*verdade*) = 1 e P(*falso*) = 0
    - (proposições neces. verdadeiras -- válidas -- prob=1 e proposições neces. falsas – não satisfatíveis -- prob.=0)
  - $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$



Probabilidade

- A probabilidade de uma proposição é igual à soma das probabilidades dos eventos atômicos em que ela é válida:

$$P(a) = \Sigma_{ei \in e(a)} P(e_i)$$

- Essa equação permite calcular a probabilidade de qualquer proposição dada uma distribuição conjunta total que especifique todos os eventos atômicos.

Probabilidade incondicional ou “a priori”

- É o grau de crença em uma proposição na ausência de outras informações.
  - Exemplos:
    - P(*Cárie* = verdadeiro) = 0.1
    - *P(Clima* = ensolarado) = 0.72
- Distribuição de probabilidades
  - Dá probabilidades a todos os valores possíveis de uma variável aleatória.

P(*Clima*) = <0.72,0.1,0.08,0.1> (normalizado, i.e., soma da 1)

Distribuição de Probabilidade Conjunta

- Probabilidades de todas as combinações de valores de um conjunto de variáveis aleatórias.

P(Clima,*Carie*) = tabela 4 × 2 de valores:

Clima =	ensolarado	chuvoso	nublado	neve
Cárie = verdadeiro	0.144	0.02	0.016	0.02
Cárie = falso	0.576	0.08	0.064	0.08

- Uma distribuição conjunta total especifica a probabilidade de qualquer evento atômico.
  - Qualquer probabilidade nesse domínio pode ser calculada a partir da distribuição conjunta total.

Probabilidade condicional ou “a posteriori”

- É o grau de crença em uma proposição dada a presença de evidências (valores de variáveis aleatórias conhecidos).
  - Exemplos:
    - P(*Cárie* = verdadeiro | *DorDeDente* = verdadeiro) = 0.8
    - P(*Cárie* = verdadeiro | *DorDeDente* = verdadeiro, *Cárie* = verdadeiro) = 1
    - P(*Cárie* = verdadeiro | *DorDeDente* = verdadeiro, *Ensolarado* = verdadeiro) = P(*Cárie* = verdadeiro | *DorDeDente*) = 0.8
- Distribuição condicional
  - **P**(Y|X) fornece o valor de $P(Y=y_i \mid X=x_i)$ para cada valor de *i* e *j* possíveis.

Probabilidade Condicional

- Pode ser definida em termos de probabilidades a priori:
  $P(a \mid b) = P(a \wedge b) / P(b)$ se $P(b) > 0$
- Regra do produto dá uma definição alternativa:
  $P(a \wedge b) = P(a \mid b) P(b) = P(b \mid a) P(a)$
- Isso pode ser generalizado para distribuições totais: e.g.
  P(Clima, *Cárie*) = **P**(Clima | *Cárie*) **P**(*Cárie*)
  (que é um conjunto de 4 × 2 equações, não uma multiplicação matricial.)
- Regra da cadeia é obtida a partir de aplicações sucessivas da regra do produto:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(X_1, \ldots, X_n) &= \mathbf{P}(X_1,\ldots,X_{n-1})\, \mathbf{P}(X_n \mid X_1,\ldots,X_{n-1}) \\ &= \mathbf{P}(X_1,\ldots,X_{n-2})\, \mathbf{P}(X_{n-1} \mid X_1,\ldots,X_{n-2})\, \mathbf{P}(X_n \mid X_1,\ldots,X_{n-1}) \\ &= \ldots \\ &= \prod_{i=1}^{n} \mathbf{P}(X_i \mid X_1, \ldots, X_{i-1}) \end{aligned}$$

Inferência Probabilística

- Inferência probabilística: a computação a partir de evidências observadas de probabilidades posteriores para proposições de consulta.
- Inferência com o uso de distribuições conjuntas totais: base de conhecimento a partir da qual são derivadas respostas para todas as consultas.

Exemplo: Inferência Probabilística

- Suponha um domínio com a seguinte distribuição conjunta total:

	dordedente		*¬dordedente*	
	boticão	*¬boticão*	*boticão*	*¬boticão*
cárie	.108	.012	.072	.008
¬cárie	.016	.064	.144	.576

- Para qualquer proposição ***α***, P(a) é a soma dos eventos atômicos ***w*** onde ***α*** ocorre: P(a) = $\sum_{w:w|=a}$P(w)

Exemplo: Inferência Probabilística

- Suponha um domínio com a seguinte distribuição conjunta total:

	dordedente		*¬dordedente*	
	boticão	*¬boticão*	*boticão*	*¬boticão*
cárie	.108	.012	.072	.008
¬cárie	.016	.064	.144	.576

- Para qualquer proposição ***α***, P(a) é a soma dos eventos atômicos ***w*** onde ***α*** ocorre: P(a) = $\sum_{w:w|=a}$P(w)

P(*dordedente*) = 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064 = 0.2

Exemplo: Inferência Probabilística

- Suponha um domínio com a seguinte distribuição conjunta total:

	dordedente		*¬dordedente*	
	boticão	*¬boticão*	*boticão*	*¬boticão*
cárie	.108	.012	.072	.008
¬cárie	.016	.064	.144	.576

- Para qualquer proposição ***α***, P(a) é a soma dos eventos atômicos ***w*** onde ***α*** ocorre: P(a) = $\sum_{w:w|=a}$P(w)

P(*dordedente* ∨ *cárie*) = 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064 + 0.072 + 0.008 = 0.28

Exemplo: Inferência Probabilística

- Podemos calcular probabilidades condicionais:

	dordedente		*¬dordedente*	
	boticão	*¬boticão*	*boticão*	*¬boticão*
cárie	.108	.012	.072	.008
¬cárie	.016	.064	.144	.576

$$P(\neg cárie | dordedente) = \frac{P(\neg cárie \wedge dordedente)}{P(dordedente)} = \frac{0.016+0.064}{0.108+0.012+0.016+0.064} = 0.4$$

Normalização

	dordedente		*¬dordedente*	
	boticão	*¬boticão*	*boticão*	*¬boticão*
cárie	.108	.012	.072	.008
¬cárie	.016	.064	.144	.576

- O denominador pode ser visto como uma constante de normalização **α**.

P(Cárie|dordedente) = **α** **P**(Cárie,dordedente)
= **α** [**P**(Cárie,dordedente,boticão) + **P**(Cárie,dordedente,¬boticão)]
= **α** [<0.108,0.016> + <0.012,0.064>]
= **α** [<0.12,0.08>]
= <0.6,0.4>]