

Inteligência Artificial

Aula 12
Profª Bianca Zadrozny
<http://www.ic.uff.br/~bianca/ia>

Aula 12 - 24/04/09

Incerteza

Capítulo 13 – Russell & Norvig
Seções 13.4 a 13.6

Aula 12 - 24/04/09

Inferência Probabilística: Inferência por Enumeração

- Objetivo: calcular a distribuição de probabilidade das **variáveis de consulta** X, dados valores para as **variáveis de evidência** E.

– Sejam Y as variáveis restantes (não observadas), temos

$$P(X|e) = \alpha \sum_y P(X, e, y)$$

Note que cada $P(X,e,y)$ aparece na distribuição conjunta total

Aula 12 - 24/04/09

Exemplo: Inferência Probabilística

- Podemos calcular probabilidades condicionais:

	<i>dor dedente</i>		<i>~dor dedente</i>	
	<i>boticão</i>	<i>~boticão</i>	<i>boticão</i>	<i>~boticão</i>
<i>cárie</i>	.108	.012	.072	.008
<i>~cárie</i>	.016	.064	.144	.576

$$\begin{aligned} P(\text{Cárie}|\text{dor dedente}) &= \alpha [P(\text{Cárie}, \text{dor dedente}, \text{boticão}) + P(\text{Cárie}, \text{dor dedente}, \sim \text{boticão})] \\ &= \alpha [<0.108, 0.016> + <0.012, 0.064>] \\ &= \alpha [<0.12, 0.08>] \\ &= <0.6, 0.4> \end{aligned}$$

Aula 12 - 24/04/09

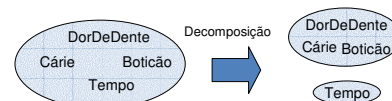
Problemas com a inferência por enumeração

- Complexidade de tempo (pior caso): $O(d^n)$ onde d é a cardinalidade do maior domínio e n é o número de variáveis.
- Complexidade de espaço: $O(d^n)$ para armazenar a distribuição conjunta.
- Como encontrar as probabilidades para $O(d^n)$ elementos?

Aula 12 - 24/04/09

Independência

- A e B são independentes se e somente se $P(A|B) = P(A)$ ou $P(B|A) = P(B)$ ou $P(A, B) = P(A)P(B)$



$$\begin{aligned} P(\text{DorDeDente}, \text{Cárie}, \text{Boticão}, \text{Tempo}) &= \\ P(\text{DorDeDente}, \text{Cárie}, \text{Boticão})P(\text{Tempo}) & \\ (32 \text{ entradas reduzidas a } 12). & \end{aligned}$$

- Porém, independência total é rara.

Aula 12 - 24/04/09

Independência Condicional

- Se eu tenho cárie, a probabilidade de uso do boticão não depende de eu ter ou não dor de dente.
 - $P(\text{Boticão}|\text{dordedente}, \text{cárie}) = P(\text{Boticão}|\text{cárie})$
- A mesma independência ocorre se eu não tiver cárie.
 - $P(\text{Boticão}|\text{dordedente}, \neg \text{cárie}) = P(\text{Boticão}|\neg \text{cárie})$
- Logo Boticão é condicionalmente independente de DorDeDente dado cárie:
 - $P(\text{Boticão}|\text{DorDeDente}, \text{Cárie}) = P(\text{Boticão}|\text{Cárie})$

Aula 12 - 24/04/09

Independência Condicional

- Escrevendo a distribuição total usando a regra da cadeia:

$$P(\text{DorDeDente}, \text{Boticão}, \text{Cárie}) = P(\text{DorDeDente}|\text{Boticão}, \text{Cárie})P(\text{Boticão}|\text{Cárie})P(\text{Cárie})$$

$$= P(\text{DorDeDente}|\text{Cárie})P(\text{Boticão}|\text{Cárie})P(\text{Cárie})$$
- Nesse exemplo, o número de valores para especificar a distribuição conjunta passa de 8 para 6.
- Na maioria dos casos, o uso da independência condicional reduz o tamanho da distribuição conjunta de exponencial em n para linear em n .

Aula 12 - 24/04/09

Regra de Bayes

- Da regra do produto $P(a \wedge b) = P(a | b) P(b) = P(b | a) P(a)$
 - ⇒ **Regra de Bayes:** $P(a | b) = P(b | a) P(a) / P(b)$
- Ou na forma da distribuição conjunta:

$$P(Y|X) = P(X|Y) P(Y) / P(X) = \alpha P(X|Y) P(Y)$$
- Útil para acessar regras probabilísticas de **diagnóstico** através de probabilidades **causais**:
 - $P(\text{Causa}|\text{Efeito}) = P(\text{Efeito}|\text{Causa}) P(\text{Cause}) / P(\text{Efeito})$
 - Ex: seja M meningite, S pescoço duro:

$$P(m|s) = P(s|m) P(m) / P(s) = 0.8 \times 0.0001 / 0.1 = 0.0008$$
 - Nota: probabilidade posterior de meningite ainda é muito pequena.

Aula 12 - 24/04/09

Regra de Bayes e Independência Condicional

$$P(\text{Cavity} | \text{toothache} \wedge \text{catch})$$

$$= \alpha P(\text{toothache} \wedge \text{catch} | \text{Cavity}) P(\text{Cavity})$$

$$= \alpha P(\text{toothache} | \text{Cavity}) P(\text{catch} | \text{Cavity}) P(\text{Cavity})$$

- Este é um exemplo de um modelo de **Bayes Ingênuo**:

$$P(\text{Causa}, \text{Efeito}_1, \dots, \text{Efeito}_n) = P(\text{Causa}) \prod P(\text{Efeito}_i | \text{Causa})$$



- O número total de parâmetros é **linear** n

Aula 12 - 24/04/09