

# Inteligência Artificial

Aula 4  
Profª Bianca Zadrozny  
<http://www.ic.uff.br/~bianca/ia>

# Resolução de problemas por meio de busca

Capítulo 3 – Russell & Norvig  
Seções 3.4 e 3.5

## Formulação de problemas

Um **problema** é definido por quatro itens:

1. **Estado inicial** ex., "em Arad"
  2. **Ações** ou **função sucessor**  $S(x)$  = conjunto de pares ação-estado  
– ex.,  $S(\text{Arad}) = \{ \langle \text{Arad} \rightarrow \text{Zerind}, \text{Zerind} \rangle, \dots \}$
  3. **Teste de objetivo**, pode ser  
– **explícito**, ex.,  $x = \text{"em Bucareste"}$   
– **implícito**, ex.,  $\text{Cheque-mate}(x)$  □
  4. **Custo de caminho** (aditivo)  
– ex., soma das distâncias, número de ações executadas, etc.  
–  $c(x,a,y)$  é o **custo do passo**, que deve ser sempre  $\geq 0$
- Uma **solução** é uma seqüência de ações que levam do estado inicial para o estado objetivo.
  - Uma **solução ótima** é uma solução com o menor custo de caminho.

## Algoritmo geral de busca em árvore

```
function TREE-SEARCH(problem, fringe) returns a solution, or failure
  fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(fringe)
    if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
    fringe ← INSERT ALL(EXPAND(node, problem), fringe)
```

```
function EXPAND(node, problem) returns a set of nodes
  successors ← the empty set
  for each action, result in SUCCESSOR-FN[problem](STATE[node]) do
    s ← a new NODE
    PARENT-NODE[s] ← node; ACTION[s] ← action; STATE[s] ← result
    PATH-COST[s] ← PATH-COST[node] + STEP-COST(node, action, s)
    DEPTH[s] ← DEPTH[node] + 1
    add s to successors
  return successors
```

## Estratégias de Busca Sem Informação (ou Busca Cega)

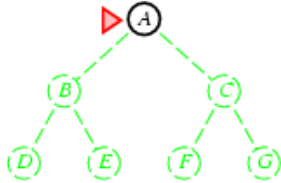
- Estratégias de busca **sem informação** usam apenas a informação disponível na definição do problema.
  - Apenas geram sucessores e verificam se o estado objetivo foi atingido.
- As estratégias de busca sem informação se distinguem pela **ordem** em que os nós são expandidos.
  - Busca em extensão (*Breadth-first*)
  - Busca de custo uniforme
  - Busca em profundidade (*Depth-first*)
  - Busca em profundidade limitada
  - Busca de aprofundamento iterativo

## Estratégias de busca

- Estratégias são avaliadas de acordo com os seguintes critérios:
  - **completeza**: o algoritmo sempre encontra a solução se ela existe?
  - **complexidade de tempo**: número de nós gerados
  - **complexidade de espaço**: número máximo de nós na memória
  - **otimização**: a estratégia encontra a solução ótima?
- Complexidade de tempo e espaço são medidas em termos de:
  - $b$ : máximo fator de ramificação da árvore (número máximo de sucessores de qualquer nó)
  - $d$ : profundidade do nó objetivo menos profundo
  - $m$ : o comprimento máximo de qualquer caminho no espaço de estados (pode ser  $\infty$ )

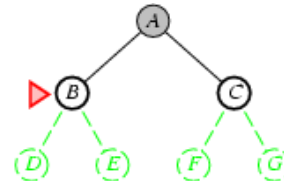
## Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:**
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



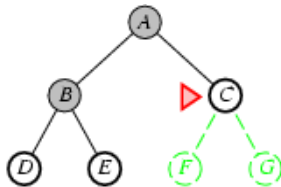
## Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:**
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



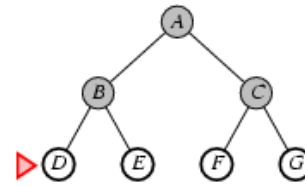
## Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:**
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



## Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:**
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



## Propriedades da busca em extensão

- Completa?** Sim (se  $b$  é finito)
- Tempo?**  $1+b+b^2+b^3+\dots+b^d+b(b^d-1) = O(b^{d+1})$
- Espaço?**  $O(b^{d+1})$  (mantém todos os nós na memória)
- Ótima?** Sim (se todas as ações tiverem o mesmo custo)

## Requisitos de Tempo e Memória para a Busca em Extensão

- Busca com fator de ramificação  $b=10$ .
- Supondo que 10.000 nós possam ser gerados por segundo e que um nó exige 1KB de espaço.

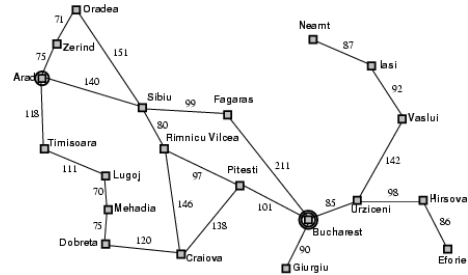
Profundidade	Nós	Tempo	Memória
2	1100	0.11 segundo	1 megabyte
4	111.100	11 segundos	106 megabytes
6	$10^7$	19 minutos	10 gigabytes
8	$10^9$	31 horas	1 terabyte
10	$10^{11}$	129 dias	101 terabytes
12	$10^{13}$	35 anos	10 petabytes
14	$10^{15}$	3.523 anos	1 exabyte

## Busca de custo uniforme

- Expande o nó não-expandido que tenha o caminho de custo mais baixo.
- **Implementação:**
  - *borda* = fila ordenada pelo custo do caminho
- Equivalente a busca em extensão se os custos são todos iguais
- **Completa?** Sim, se o custo de cada passo  $\geq \epsilon$
- **Tempo?** # de nós com  $g \leq$  custo da solução ótima,  $O(b^{C/\epsilon})$  onde  $C$  é o custo da solução ótima
- **Espaço?** de nós com  $g \leq$  custo da solução ótima,  $O(b^{\lceil C/\epsilon \rceil})$
- **Ótima?** Sim pois os nós são expandidos em ordem crescente de custo total.

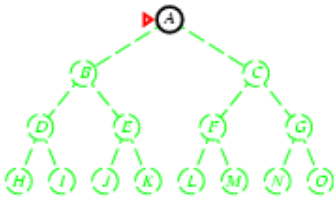
## Exercício

- Aplicar busca de custo uniforme para achar o caminho mais curto entre Arad e Bucareste.



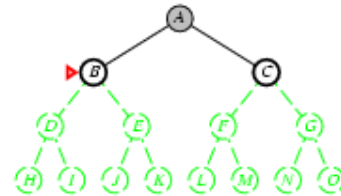
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



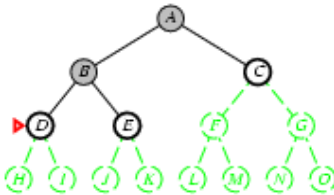
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



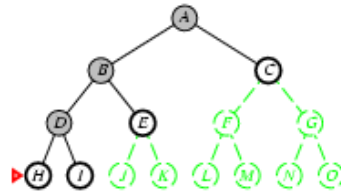
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



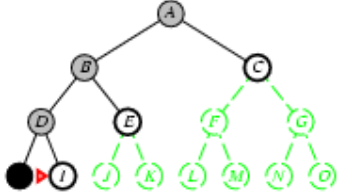
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



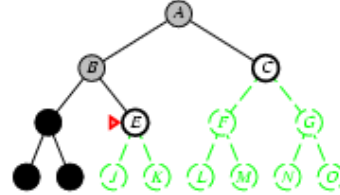
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



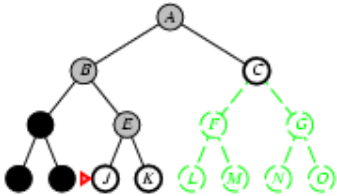
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



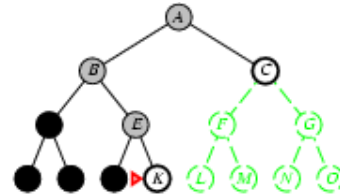
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



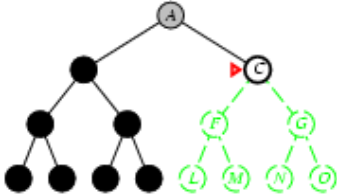
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



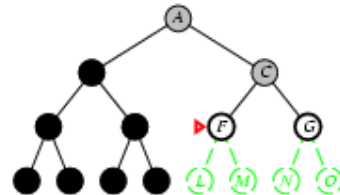
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



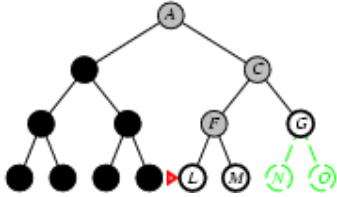
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



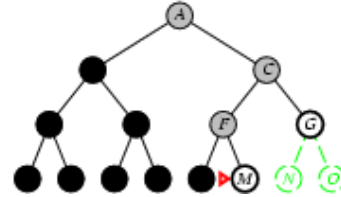
## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



## Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- **Implementação:**
  - borda = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



## Propriedades da Busca em Profundidade

- **Completa?** Não: falha em espaços com profundidade infinita, espaços com loops
  - Se modificada para evitar estados repetidos é completa para espaços finitos
- **Tempo?**  $O(b^m)$ : péssimo quando  $m$  é muito maior que  $d$ .
  - mas se há muitas soluções pode ser mais eficiente que a busca em extensão
- **Espaço?**  $O(bm)$ , i.e., espaço linear!
  - 118 kilobytes ao invés de 10 petabytes para busca com  $b=10$ ,  $d=m=12$
- **Ótima?** Não

## Busca em Profundidade Limitada

= busca em profundidade com limite de profundidade  $l$ , isto é, nós com profundidade  $l$  não tem sucessores

- **Implementação Recursiva:**

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)
function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  cutoff-occurred? ← false
  if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
  else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
  else for each successor in EXPAND(node, problem) do
    result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
    if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
    else if result ≠ failure then return result
  if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

## Propriedades da Busca em Profundidade Limitada

- **Completa?** Não; a solução pode estar além do limite.
- **Tempo?**  $O(b^l)$
- **Espaço?**  $O(bl)$
- **Ótima?** Não


## Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  inputs: problem, a problem
  for depth ← 0 to ∞ do
    result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result ≠ cutoff then return result
```

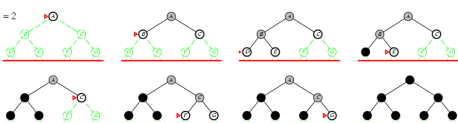
## Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade $l=0$

Limit = 0 

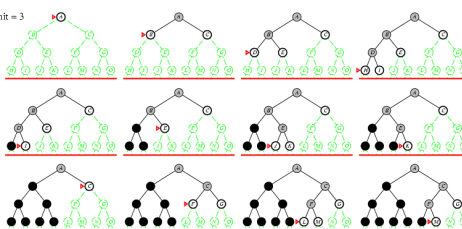
## Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade $l=1$

Limit = 1 

## Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade $l=2$

Limit = 2 

## Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade $l=3$

Limit = 3 

## Busca de Aprofundamento Iterativo

- Número de nós gerados em uma busca de extensão com fator de ramificação  $b$ :  

$$N_{BE} = b^1 + b^2 + \dots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d + (b^{d+1} - b)$$
- Número de nós gerados em uma busca de aprofundamento iterativo até a profundidade  $d$  com fator de ramificação  $b$ :  

$$N_{BAI} = (d+1)b^0 + d b^1 + (d-1)b^2 + \dots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$
- Para  $b = 10, d = 5$ ,
  - $N_{BE} = 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + 100.000 + 999.990 = 1.111.100$  □
  - $N_{BAI} = 6 + 50 + 400 + 3.000 + 20.000 + 100.000 = 123.456$  □
- Overhead =  $(123.456 - 111.111)/111.111 = 11\%$

## Propriedades da busca de aprofundamento iterativo

- **Completa?** Sim
- **Tempo?**  $(d+1)b^0 + d b^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$
- **Espaço?**  $O(bd)$
- **Ótima?** Sim, se custo de passo = 1

## Resumo dos algoritmos

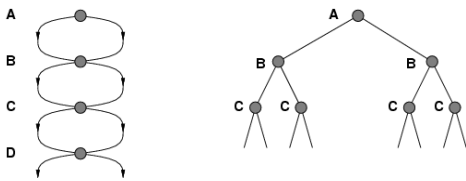
Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Complete?	Yes	Yes	No	No	Yes
Time	$O(b^{d+1})$	$O(b^{C^*/\epsilon})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$
Space	$O(b^{d+1})$	$O(b^{C^*/\epsilon})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$
Optimal?	Yes	Yes	No	No	Yes

## Estados repetidos

- O processo de busca pode perder tempo expandindo nós já explorados antes
  - Estados repetidos podem levar a loops infinitos
  - Estados repetidos podem transformar um problema linear em um problema exponencial

## Estados Repetidos

- Não detectar estados repetidos pode transformar um problema linear em um problema exponencial.



## Detecção de estados repetidos

- Comparar os nós prestes a serem expandidos com nós já visitados.
  - Se o nó já tiver sido visitado, será descartado.
  - Lista "closed" (fechado) armazena nós já visitados.
    - Busca em profundidade e busca de aprofundamento iterativo não tem mais espaço linear.
  - A busca percorre um grafo e não uma árvore.

```

function GRAPH-SEARCH(problem, fringe) returns a solution, or failure
  closed ← an empty set
  fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(fringe)
    if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
    if STATE[node] is not in closed then
      add STATE[node] to closed
      fringe ← INSERT-ALL(EXPAND(node, problem), fringe)
    
```

## Resumo

- A formulação de problemas usualmente requer a abstração de detalhes do mundo real para que seja definido um espaço de estados que possa ser explorado através de algoritmos de busca.
- Há uma variedade de estratégias de busca sem informação (ou busca cega).
- A busca de aprofundamento iterativo usa somente espaço linear e não muito mais tempo que outros algoritmos sem informação.