

Inteligência Artificial

Aula 10

Profª Bianca Zadrozny

<http://www.ic.uff.br/~bianca/ia-pos>

Raciocínio Probabilístico ao Longo do Tempo

Capítulo 15 – Russell & Norvig

Seções 15.1 a 15.2

Aula 10 - 23/11/10

2

Raciocínio ao Longo do Tempo

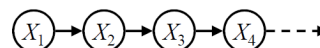
- Em muitas aplicações, temos que criar modelos probabilísticos para **sequências** de observações.
 - Reconhecimento de voz
 - Localização de robôs
 - Interação do usuário
 - Monitoramento médico
- Precisamos introduzir **tempo** nos modelos probabilísticos
- Abordagem básica: modelos ocultos de Markov (HMMs)
- Mais geral: redes bayesianas dinâmicas

Aula 10 - 23/11/10

3

Modelos de Markov

- Um modelo de Markov é uma rede bayesiana com estrutura em **cadeia**.



$$P(X_1) \quad P(X|X_{-1})$$

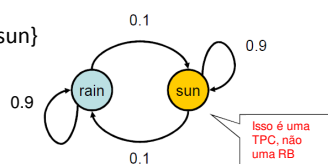
- Cada nó é identicamente distribuído (processo **estacionário**).
- Valor de X em um determinado momento é chamado de **estado**.
- Parâmetros:
 - Probabilidades iniciais
 - Probabilidades de **transição**

Aula 10 - 23/11/10

4

Exemplo: Cadeia de Markov

- Clima
 - Estados: $X = \{\text{rain}, \text{sun}\}$
 - Transições:



– Distribuição inicial: 1.0 sun

– Qual é a probabilidade depois de 1 passo?

$$P(X_2 = \text{sun}) = P(X_2 = \text{sun} | X_1 = \text{sun})P(X_1 = \text{sun}) + P(X_2 = \text{sun} | X_1 = \text{rain})P(X_1 = \text{rain})$$

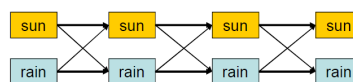
$$0.9 \cdot 1.0 + 0.1 \cdot 0.0 = 0.9$$

Aula 10 - 23/11/10

5

Exemplo: Inferência em Cadeia de Markov

- Pergunta: Qual é a probabilidade $P(X)$ para um dia qualquer?



$$P(x_t) = \sum_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) P(x_{t-1})$$

$$P(x_1) = \text{conhecida}$$

Aula 10 - 23/11/10

6

Exemplo: Inferência em Cadeia de Markov

- Quando a observação inicial é "sun"

$$\begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.82 \\ 0.18 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P(X_1) \quad P(X_2) \quad P(X_3) \quad P(X_{\infty})$$

- Quando a observação inicial é "rain"

$$\begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.18 \\ 0.82 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P(X_1) \quad P(X_2) \quad P(X_3) \quad P(X_{\infty})$$

Aula 10 - 23/11/10

7

Exemplo: Inferência em Cadeia de Markov

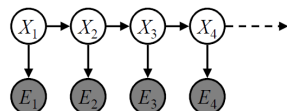
- Se simularmos a cadeia por tempo suficiente:
 - A incerteza se acumula
 - Depois de algum tempo não temos a menor ideia de qual é o estado atual
- Distribuições estacionárias
 - Para a maioria das cadeias, a distribuição final é independente da distribuição inicial
 - Chamada de **distribuição estacionária** da cadeia

Aula 10 - 23/11/10

8

Modelos Ocultos de Markov

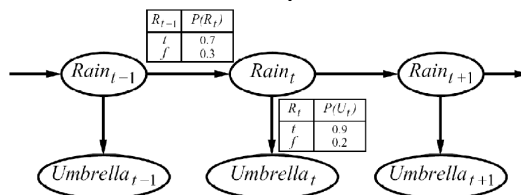
- Cadeias de Markov não são úteis para a maioria dos agentes.
 - Precisam de **observações** pra atualizar as suas crenças.
- Modelos Ocultos de Markov (*Hidden Markov Models* – HMMs)
 - Cadeia de Markov usada para os estados
 - O agente observa saídas (efeitos) a cada instante de tempo
 - Rede bayesiana:



Aula 10 - 23/11/10

9

Exemplo



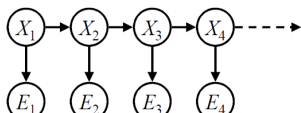
- Um HMM é definido por:
 - Distribuição inicial: $P(X_1)$
 - Transições: $P(X_t | X_{t-1})$
 - Emissões: $P(E_t | X_t)$

Aula 10 - 23/11/10

10

Independência Condicional

- HMMs tem duas propriedades importantes:
 - O futuro depende do passado através do presente
 - Observação atual só depende do estado atual



- Isso significa que as observações são independentes umas das outras?
 - Não! São correlacionadas através dos estados ocultos

Aula 10 - 23/11/10

11

Violações da Independência Condicional

- Propriedades do modelo podem não ser verdadeiras na prática.
- Soluções:
 - Aumentar a ordem do modelo de Markov (estado atual passa a depender de n estados anteriores)
 - Colocar outras informações no estado.
 - Exemplo: além da posição e velocidade do robô, incluir estado da bateria.

Aula 10 - 23/11/10

12

Exemplos reais de HMMs

- HMMs para reconhecimento de voz
 - Observações são sinais acústicos (contínuos)
 - Estados são sílabas de palavras (dezenas de milhares)
- HMMs para tradução automática
 - Observações são palavras (dezenas de milhares)
 - Estados são possibilidades de tradução pra cada palavra (dezenas por palavra)
- HMMs para localização de robôs
 - Observações são leituras dos sensores (contínuos)
 - Estados são posições em uma mapa (contínuos)

Aula 10 - 23/11/10

13

Tarefas de Inferência

- Filtragem (ou monitoramento): $P(\mathbf{X}_t | \mathbf{e}_{1:t})$
 - Estimar a probabilidade do estado atual dada a sequência de observações até o momento.
- Previsão: $P(\mathbf{X}_{t+k} | \mathbf{e}_{1:t})$
 - Estimar a probabilidade de um estado futuro dada a sequência de observações até o momento.
- Suavização: $P(\mathbf{X}_k | \mathbf{e}_{1:t})$
 - Melhores estimativas de estados passados, essencial para o aprendizado.
- Decodificação: $\arg \max_{\mathbf{x}_{1:t}} P(\mathbf{x}_{1:t} | \mathbf{e}_{1:t})$
 - Descobrir a sequência mais provável de estados, dada a sequência de observações

Aula 10 - 23/11/10

14

Filtragem (Algoritmo *Forward*)

- Ideia: Encontrar um algoritmo recursivo

$$P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t+1}) = f(\mathbf{e}_{t+1}, P(\mathbf{X}_t | \mathbf{e}_{1:t}))$$

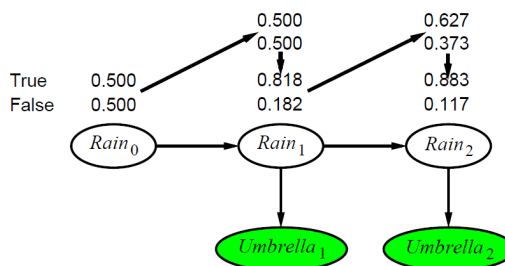
$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t+1}) &= P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t}, \mathbf{e}_{t+1}) \\ &= \alpha P(\mathbf{e}_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{e}_{1:t}) P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t}) \\ &= \alpha P(\mathbf{e}_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}) P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{e}_{1:t+1}) &= \alpha P(\mathbf{e}_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}) \sum_{\mathbf{x}_t} P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{x}_t, \mathbf{e}_{1:t}) P(\mathbf{x}_t | \mathbf{e}_{1:t}) \\ &= \alpha P(\mathbf{e}_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}) \sum_{\mathbf{x}_t} P(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{x}_t) P(\mathbf{x}_t | \mathbf{e}_{1:t}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{f}_{1:t+1} = \text{FORWARD}(\mathbf{f}_{1:t}, \mathbf{e}_{t+1}) \text{ where } \mathbf{f}_{1:t} = P(\mathbf{X}_t | \mathbf{e}_{1:t})$$

Aula 10 - 23/11/10

Exemplo: Filtragem



Aula 10 - 23/11/10

16