

Lógica e Especificação

Aula Inaugural

Bruno Lopes

Instituto de Computação
Universidade Federal Fluminense

2017.2

Programação de computadores

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador).

▶ Programa

Programação de computadores

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

Exemplo

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

Programação de computadores

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

Exemplo

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

Só que...

O programa (tarefa explicada) deve funcionar sob todas as condições possíveis!

Programação de computadores

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

Exemplo

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

Só que...

O programa (tarefa explicada) deve funcionar sob todas as condições possíveis!

Entretanto...

Como garantir que o robô sempre encontrará o bilhete?

Programa

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

Programa

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

Exemplo

- A máquina “sabe” comparar números.
- Como programá-la para encontrar o empregado mais bem pago de uma empresa?

Programa

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

Exemplo

- A máquina “sabe” comparar números.
- Como programá-la para encontrar o empregado mais bem pago de uma empresa?

Entretanto...

Programas podem, após serem iniciados, nunca parar! ▶ Programa

Termos básicos

Matemática: “The science that draws necessary conclusions.”

(Peirce)

μάθημα (Máthema ou estudo/aprendizado)

Termos básicos

Ciência: Área do conhecimento humano que estuda fenômenos naturais/humanos definindo **teorias** (com capacidade de predição) sobre estes fenômenos.

“Princípio da falseabilidade é essencial.” (Popper)

Termos básicos

Engenharia: “Aplicação da Ciência e Matemática através da qual as propriedades da matéria e as fontes de energia são tornadas úteis às pessoas.” (Dic. Merriam-Webster, 2001)

“Engineering is the application of math and science to create something of value from our natural resources.” (IEEE- 2002)

Lógica

Estudo da (boa) argumentação.

Lógica

Estudo da (boa) argumentação.

Teorema

Uma proposição que possui uma demonstração (prova).

Exemplos

- “ $\sqrt{2}$ não é um número racional.” (Euclides, 300 a.c.)

Teoremas são
úteis?

Exemplos

- “A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.” (Pitágoras, 350 a.c.)

Teoremas são
úteis?

Exemplos

- “*Todo curva fechada separa o plano em duas regiões disjuntas.*” (Jordan, 1887)

Teoremas são
úteis?

Exemplos

- *“Todo mapa normal pode ser colorido com quatro cores.”*
(Appel & Haken, 1976)

Teoremas são
úteis?

Exemplos

- “Não existe programa capaz de testar se programas param ou não.” (Turing, 1935)

Teoremas são
úteis?

Exemplos

- “O programa que controla os trens do metrô (Rio) não permite colisões entre trens.” (???)

Teoremas são
úteis?

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2$.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então a também é par.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então a também é par.
- 7 Se a é par, então existe um número c tal que $a = 2c$.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então a também é par.
- 7 Se a é par, então existe um número c tal que $a = 2c$.
- 8 Dessa forma, $(2c)^2 = 2b^2$.

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então a também é par.
- 7 Se a é par, então existe um número c tal que $a = 2c$.
- 8 Dessa forma, $(2c)^2 = 2b^2$.
- 9 Donde se obtém que $4c^2 = 2b^2$, que simplifica-se em $2c^2 = b^2$

Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos a e b tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente, $(\frac{a}{b})^2 = 2$.
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$.
- 4 Então $a^2 = 2b^2$.
- 5 Como a^2 é o dobro de b^2 , então a^2 é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então a também é par.
- 7 Se a é par, então existe um número c tal que $a = 2c$.
- 8 Dessa forma, $(2c)^2 = 2b^2$.
- 9 Donde se obtém que $4c^2 = 2b^2$, que simplifica-se em $2c^2 = b^2$.
- 10 Como b^2 é o dobro de c^2 , então b^2 também é par, o que é uma contradição ao passo 2 (ainda seria possível minimizar)!

Desastres gerados por erros de software

Explosão do foguete Ariane

- O foguete europeu (liderado pela França) Ariane 5, explodiu 40 segundos após seu lançamento em 1996.
- Prejuízo de US\$ 500 milhões.
- Foi aproveitado um pacote de software de navegação do Ariane 4 que não tinha erros.
- No módulo Sistema de Referencia Inercial uma conversão de valores de 64-bits para 16-bits causou um operando inválido que o interrompeu.
- A falha no SRI levou o computador de bordo a modificar a trajetória do foguete levando à ruptura de juntas e isto causou a ativação da autodestruição.

Desastres gerados por erros de software

Sistema de triagem/controlado de bagagem do aeroporto internacional de Denver (EUA)

- A inauguração estava prevista para outubro de 1993, mas em junho do ano seguinte o sistema ainda não estava funcionando, mas gerava **prejuízos** de US\$ 1,1 milhão/dia.
- Um controle **manual** de bagagem foi instalado para que o aeroporto pudesse ser inaugurado (com atraso de mais de um ano).
- Custo do sistema: US\$ 193 milhões.
- Problema de planejamento e gerenciamento.

Desastres gerados por erros de software

Therac-25

- Equipamento de radioterapia controlado por computador, aplicou doses fatais de radiação em alguns pacientes de câncer entre 1985 e 1987.
- O controle de segurança feito pelo hardware em máquinas anteriores foi removido e passou a ser feito pelo software.
- O software falhou na tarefa de, ao mesmo tempo, manter invariantes essenciais: o feixe de elétrons e o dispositivo que controla a concentração do feixe em níveis seguros.

Desastres gerados por erros de software

London Ambulance System - LAS

- Sistema de despacho de ambulâncias em Londres, 1992.
- Morte de pessoas que não foram socorridas em tempo.
- Responsáveis contrataram uma empresa desconhecida cujo valor cobrado era menor que os cobrados pelas empresas de renome.
- Colocaram o sistema no ar sem os devidos testes.
- Não foi feita uma migração correta do sistema antigo para o novo.

Desastres gerados por erros de software

Sizewell-B

Quando decidiram testar o subsistema de desligamento de emergência de uma usina nuclear na Inglaterra, este falhou em mais de 50% das vezes. Não conseguiram encontrar a razão da falha nas 100.000 linhas de código.

Desastres gerados por erros de software

Mísseis Patriot

Em fevereiro de 1991 um míssil Scud foi lançado pelo Iraque contra a Arábia Saudita, atingindo uma base americana em Dahran, vitimando 28 soldados. O sistema de defesa que lançara um míssil Patriot deveria ter interceptado o míssil Scud, mas por um erro de *software* o míssil Patriot não atingiu seu alvo.

Como saber se um argumento (prova) está correto?

- Exemplos de argumentos em linguagem natural sobre fatos corriqueiros
- Exemplos de argumentos usando (e sobre) entidades abstratas e infinitas

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.
- Tudo que é raro é caro. Um carro bom e barato é raro. Então, um carro bom e barato é caro.

Alguns argumentos (bons ou não)...

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.
- Tudo que é raro é caro. Um carro bom e barato é raro. Então, um carro bom e barato é caro.
- Alguns paulistanos são brasileiros. Alguns paulistas são brasileiros. Então alguns paulistanos são paulistas.

Uma aplicação do Teorema de Jordan



Uma aplicação do Teorema de Jordan



Saber teoremas pode ser um
diferencial!

Teoremas, resolução e explicação de problemas

Um problema...

Um vaso antigo e valioso foi roubado de um museu. O ladrão (ou os ladrões) fugiu(ram) de carro. Três famosos delinquentes, A , B e C , foram presos e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- nenhuma outra pessoa, salvo A , B e C , estava implicada no roubo;
- C nunca pratica nenhum roubo sem usar A (e talvez outros) como cúmplice;
- B não sabe dirigir.

A é inocente ou
culpado?

Um paradoxo e um teorema em computação

Paradoxo do barbeiro...

- Em uma cidade há um barbeiro que barbeia todo homem que não barbeia a si mesmo, e somente estes.
- Não existe homem que barbeia todo homem que não se barbeia, e somente estes.

Um paradoxo e um teorema em computação

Paradoxo do barbeiro...

- Em uma cidade há um barbeiro que barbeia todo homem que não barbeia a si mesmo, e somente estes.
- Não existe homem que barbeia todo homem que não se barbeia, e somente estes.

Turing, 1935

Não existe programa que para somente quando é aplicado a programas que não param.

Lógica e Especificação

Site oficial da disciplina

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

Lógica e Especificação

Site oficial da disciplina

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

Avaliação

- Provas

Lógica e Especificação

Site oficial da disciplina

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

Avaliação

- Provas
- Listas de exercícios

Lógica e Especificação

Site oficial da disciplina

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

Avaliação

- Provas
- Listas de exercícios
- Projeto de modelagem e especificação (*model checking*)

Bibliografia I



H. B. Enderton.

A mathematical introduction to logic.

Academic press New York, 1972.



Greg Restall.

Logic: An introduction.

Fundamentals of Philosophy. Routledge, 2006.



Raymond M. Smullyan.

Lógica de Primeira Ordem.

Editora Unesp, 2009.



Dirk van Dalen.

Logic and structure.

Springer, 2004.

Entrada: Lista de empregados (com salários)

Saída: Empregado (EMP) com maior salário

EMP = Primeiro da lista

para cada M **na lista de empregados** **fazer**

se $\text{Salário}(M) > \text{Salário}(\text{EMP})$ **então**

 EMP = M

fim

fin

Entrada: Lista de empregados (com salários)

Saída: Empregado (EMP) com maior salário

EMP = Primeiro da lista

para cada M **na lista de empregados** **fazer**

se $\text{Salário}(M) > \text{Salário}(\text{EMP})$ **então**

 EMP = M

fim

fin

Como se argumenta que o “programa” acima encontra o empregado com maior salário?

▶ Inicial

Exemplo de programa que nunca para **repita**

Abra a porta da geladeira

Escolha algo

Feche a porta da geladeira

até *Geladeira vazia*;

► Definições

Manipulação com séries infinitas

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots$$

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots = C$$

$$1 + \frac{a(1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots)}{C} = C$$

$$1 + aC = C$$

$$C(1 - a) = 1$$

$$C = \frac{1}{1 - a}$$

Outros problemas...

- Há tantos números naturais quanto pares: $2n \rightarrow n$.

Outros problemas...

- As duas linhas abaixo tem a mesma quantidade de pontos.



Outros problemas...

- Há tantos números reais entre $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ quanto em toda a reta real.