UMA HEURÍSTICA EFICIENTE PARA O PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DAS DEMANDAS ATENDIDAS EM REDES ÓTICAS

Julliany S. Brandão[1], Thiago F. Noronha[2], Celso C. Ribeiro[1]

[1]Universidade Federal Fluminense, Instituto de Computação
Rua Passo da Pátria 156, Niterói, RJ 24210-240, Brasil
{jbrandao, celso}@ic.uff.br
[2]Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Ciências da Computação
Av. Antônio Carlos 6627, Pampulha, Belo Horizonte, MG 31270-010, Brasil
tfn@dcc.ufmg.br

RESUMO

O problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda em redes óticas WDM consiste em rotear um conjunto de requisições de caminhos óticos e atribuir um comprimento de onda para cada um deles, de modo que dois caminhos óticos cujas rotas compartilham alguma fibra ótica usem comprimentos de onda diferentes. O objetivo é maximizar o número de requisições aceitas dado um número limitado de comprimentos de onda. Este problema é conhecido na literatura como max-RWA. A proposta deste trabalho é desenvolver uma heurística simples e eficiente para resolver este problema, que possa ser utilizada como ponto de partida para heurísticas mais sofisticadas. Experimentos computacionais mostram que a heurística proposta apresenta um desempenho melhor a medida em que o número de comprimentos de onda aumenta.
PALAVRAS CHAVE. Otimização Combinatória, Heurísticas, Roteamento e atribuição de comprimentos de onda.

Áreas Principais: OC - Otimização Combinatória.

ABSTRACT

The problem of routing and wavelength assignment in optical WDM networks consists in routing a set of requests of optical paths and assigning a wavelength to each of them, so that two lightpaths whose routes share some optical fibers have different wavelengths. The goal is to maximize the number of requests that may be routed, given a limited number of wavelengths. This problem is known in the literature as max-RWA. The purpose of this work is to develop a simple and efficient heuristic for this problem which might be used as a starting point for more sophisticated heuristics. Computational experiments showed that the proposed heuristic performs better as the number of wavelengths increases.
KEYWORDS. Combinatorial Optimization, Heuristics, Routing and wavelength assignment.

Main areas: OC - Combinatorial Optimization.

1 Introdução

As informações são transmitidas em redes óticas através de fibras óticas. Cada enlace de fibra ótica opera a taxas de terabits por segundo, o que é muito mais rápido do que os dispositivos eletrônicos utilizados para transmissão e recepção de dados. A tecnologia de multiplexação de comprimentos de onda (do inglês *Wavelength Division Multiplexing* - WDM) permite que dezenas de conexões sejam transmitidas simultaneamente em um mesmo sinal luminoso, cada uma delas codificada em uma faixa de frequência diferente da luz (conhecida como *comprimento de onda*). Quando o sinal chega na extremidade da fibra ótica, os comprimentos de onda são separados por um dispositivo conhecido como *transponder*. Em seguida, cada comprimento de onda é convertido em um sinal elétrico, caso a conexão correspondente esteja deixando a rede, ou é multiplexado novamente em outra fibra ótica, caso a conexão correspondente esteja seguindo em direção a outro computador da rede. Caminhos óticos são conexões entre origens e destinos onde não há conversão do sinal ótico para o domínio eletrônico nos nós intermediários, sem que ocorram os atrasos causados por estas transformações. Dois caminhos óticos podem utilizar o mesmo comprimento de onda desde que não compartilhem nenhum enlace.

Dados uma rede ótica e um conjunto de requisições (ou demandas) de caminhos óticos que devem ser estabelecidos, o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda em redes WDM (*Routing and Wavelength Assignment* - RWA, em inglês) consiste em rotear o conjunto de caminhos óticos e atribuir um comprimento de onda para cada um deles, de modo que caminhos óticos que compartilhem algum enlace da rede usem comprimentos de onda diferentes. Versões diferentes de RWA são caracterizadas por diferentes critérios de otimização e padrões de tráfego (Choi *et al.*, 2000; Zang *et al.*, 2000).

Os dois principais modelos de tráfego encontrados na literatura são conhecidos como *simétricos* e *assimétricos*. No caso simétrico, assume-se que se existe um caminho ótico de um nó v para um nó u, também existe um caminho ótico de u para v que usa a mesma rota e o mesmo comprimento de onda. Já no caso assimétrico, um caminho ótico de um nó u para um nó v não necessariamente implica que existe uma caminho ótico de v para u, nem que este último tenha que usar a mesma rota ou o mesmo comprimento de onda do primeiro. O modelo de tráfego adotado neste trabalho é o assimétrico.

Neste trabalho, estuda-se a versão do problema RWA considerada por Zang *et al.* (2000), Krishnaswamy e Sivarajan (2001), Kumar e Kumar (2002) e Martins (2011). O número de comprimentos de onda disponíveis para rotear as conexões é limitado e as requisições de caminhos óticos são conhecidas a priori. Além disso, a conversão de comprimentos de onda não é permitida, ou seja, os caminhos óticos devem utilizar o mesmo comprimento de onda em todo o percurso do transmissor até o receptor. Como o número de comprimentos de onda é limitado, nem todas as requisições de caminhos óticos podem ser atendidas. O objetivo do problema consiste em maximizar o número de requisições atendidas.

Refere-se ao problem acima por max-RWA. Ele pode ser formalmente definido da seguinte forma. Dados um grafo direcionado $G = (V, A)$ representando uma rede ótica, onde V é o conjunto de nós e A é o conjunto de arcos (cada arco corresponde a um enlace de fibras óticas), e um conjunto de requisições (ou demandas) de caminhos óticos $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_{|T|}\}$, cada uma delas definida por um par $(o_i, d_i) \in V \times V$, para $i = 1, \ldots, |T|$. Seja ainda $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_{|W|}\}$ o conjunto de comprimentos de onda disponíveis para multiplexar os caminhos óticos. O problema max-RWA consiste então em selecionar um subconjunto $T' \subseteq T$ de requisições de caminhos óticos que serão atendidas e definir uma rota P_i e um comprimento de onda $w_i \in W$ para cada caminho ótico $t_i \in T'$, de forma que se $w_i = w_j$ então as rotas P_i e P_j não compartilham arcos comuns, para qualquer par $i, j \in T' : i \neq j$. O objetivo do problema é maximizar $|T'|$.

Como o problema max-EDP (*maximum edge-disjoint path*) é NP-difícil (Kleinberg, 1996) e esse é um caso particular de max-RWA para $|W| = 1$, então max-RWA também é NP-difícil. O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 é feita uma revisão de trabalhos relacionados. A heurística proposta neste trabalho é descrita na Seção 3. Os experimentos computacionais são apresentados na Seção 4 e as conclusões na última seção.

2 Trabalhos relacionados

Os primeiros trabalhos para RWA propuseram métodos de solução em duas fases. A primeira fase é a de roteamento e utiliza uma estratégia baseada no caminho roteado mais curto ou numa lista ordenada com os menores caminhos disjuntos. A segunda fase trata da atribuição dos comprimentos de onda, problema que é frequentemente reformulado por coloração de grafos.

Jaumard *et al.* (2006) propuseram uma heurística de busca tabu em que a fase de roteamento interage com a fase de atribuição de comprimento de onda a cada iteração. A atribuição de comprimentos de onda é reformulada como um problema de coloração de partições generalizado, estendendo a formulação do problema de coloração de partições proposta em (Noronha e Ribeiro, 2006; Noronha, 2008). A versão tratada do problema é a que considera a conversão de comprimentos de onda. Os melhores resultados foram obtidos para instâncias particulares criadas com características específicas para essa versão do problema.

A maioria dos trabalhos sobre o problema max-RWA usa abordagens por programação inteira, considerando o roteamento e a atribuição de comprimento de ondas simultaneamente. A primeira formulação de programação linear inteira foi investigada por Chen e Banerjee (1996) com um modelo de grafo em camadas, onde as etapas de roteamento e de atribuição de comprimentos de onda estavam fortemente ligadas. Esta formulação foi baseada no problema inteiro de fluxos de multicomodidades e pode ser usada tanto para a obtenção de limites superiores, como para projetar heurísticas eficientes, cujos resultados computacionais relatados por estes autores mostraram-se melhores do que os obtidos por duas abordagens gulosas (Ramaswami e Sivarajan, 1994; Zhang e Acampora, 1994). Posteriormente, Krishnaswamy e Sivarajan (2001) propuseram duas outras formulações de programação linear inteira para o problema max-RWA e exploraram o uso de relaxação linear tanto para obter limites superiores, como para obter soluções aproximadas utilizando um procedimento de arredondamento.

Como as soluções obtidas por este modelo podem conter ciclos, Jaumard *et al.* (2004) propuseram uma adaptação dessa formulação introduzindo duas novas restrições: uma para eliminar possíveis ciclos entre os vértices origem e destino e outra para evitar que sejam ativados arcos para requisições que não possuem comprimento de onda alocado. Mesmo não conseguindo evitar todos os ciclos, os autores conseguiram resolver algumas instâncias realistas pela primeira vez.

Martins (2011) e Martins *et al.* (2012) aprimoraram as formulações em (Krishnaswamy e Sivarajan, 2001; Jaumard *et al.*, 2004), utilizando a técnica de geração de colunas de modo a resolver as instâncias da literatura em menores tempos de processamento e resolver instâncias maiores não resolvidas pelos modelos anteriores. Em (Martins, 2011) foram combinadas duas estratégias (MAX-IRC e MAX-IS) já apresentadas na literatura (Jaumard *et al.*, 2009). Esta nova estratégia foi denominada PG-MAX-IS-IRC e mostrou-se capaz de resolver todas as instâncias testadas em tempos bem menores.

3 Novas heurísticas para max-RWA

Skorin-Kapov (2007) desenvolveu heurísticas para a versão min-RWA do problema, inspiradas em heurísticas para o problema de empacotamento unidimensional em caixas - BPP (do inglês *bin packing problem*). Diferentemente de max-RWA, em min-RWA não há um número máximo limitado de comprimentos de onda. O problema consiste em rotear e atribuir um comprimento de onda a todos os caminhos óticos, minimizando o número de comprimentos de onda utilizados. Cada comprimento de onda é tratado como uma cópia do grafo $G = (V, A)$ (uma caixa) representando a rede e os caminhos óticos são tratados como itens que devem ser empacotados nessas caixas. Os caminhos óticos roteados na mesma cópia do grafo são disjuntos em arcos e multiplexados no mesmo comprimento de onda. Os melhores resultados foram obtidos pela versão heurística BFD-RWA. Noronha *et al.* (2008) apresentaram técnicas eficientes de implementação desta heurística, que reduziram significativamente o seu tempo de execução.

O problema min-RWA relaciona-se com max-RWA da mesma forma que o problema BPP com o de escalonamento de multiprocessadores - MPSP (do inglês *multi-processor scheduling problem*. Seguindo a mesma estratégia proposta por Skorin-Kapov (2007), propõem-se nesse trabalho novas heurística para max-RWA baseadas na heurística LPT (do inglês *longest processing time*) (Graham, 1969). LPT ordena os processos a serem escalonados em ordem decrescente de seus tempos de execução. Sempre seguindo esta ordem, escalona um processo de cada vez, alocando-o no processador cuja soma dos tempos de execução dos processos já alocados a ele é mínima.

Nas heurísticas LPT-RWA e RPT-RWA, cada comprimento de onda é tratado como uma cópia do grafo $G = (V, A)$ (um processador) e os caminhos óticos são tratados como processos que devem ser escalonados nestes processadores. Cada requisição de caminho ótico $t_i \in T$, para $i = 1, \ldots, |T|$, é associada a um valor p_i, definido como o número mínimo de arcos num caminho entre o_i e d_i em G. Este valor é análogo ao tempo de execução de um processo no MPSP.

LPT-RWA inicialmente ordena as requisições de caminhos óticos em valores decrescentes de p_i, para $i = 1, \ldots, |T|$. Empates são resolvidos arbitrariamente. RPT-RWA inicialmente ordena as requisições de caminho ótico com uma permutação aleatória. Uma vez que uma permutação π das requisições de caminhos óticos é definida, as duas heurísticas executam as mesmas operações.

O pseudocódigo das heurísticas LPT-RWA e RPT-RWA é apresentado na Figura 1. Os dados de entrada são o conjunto $W = \{w_1, \ldots, w_{|W|}\}$, o grafo $G = (V, A)$, o conjunto T de requisições de caminhos óticos, um vetor $\pi = [\pi(1), \ldots, \pi(|\mathcal{T}|)]$ que descreve a permutação segundo a qual os caminhos óticos são considerados ($\pi(i) \in \{1, \ldots, |T|\}$ e $\pi(i) \neq \pi(j)$, para todo $i, j = 1, \ldots, |T|$) e um valor δ_{max} que é número máximo de arcos que podem participar de uma rota. Como sugerido em (Kleinberg, 1996), o valor de δ_{max} é igual ao máximo entre o diâmetro do grafo G e a raiz quadrada do número de enlaces na rede. O limite δ_{max} para o número de arcos em um caminho ótico impede que um único caminho ótico utilize muitos arcos com o mesmo comprimento de onda (isso é, com uma determinada cópia do grafo G) e impeça que outros caminhos possam ser alocados a este mesmo comprimento de onda. As heurísticas retornam um conjunto S de pares $(P_{\pi(i)}, w_j)$ de requisições de caminhos óticos que são atendidas, com $i \in \{1, \ldots, |T|\}$ e $j \in \{1, \ldots, |W|\}$, onde $P_{\pi(i)}$ é a rota associada ao caminho ótico $t_{\pi(i)}$ e w_j é o comprimento de onda com o qual é multiplexado.

Os conjuntos S (pares formados pela rota associada a um caminho ótico e pelo comprimento de onda a ele atribuído) é inicializado na linha 1. As $|W|$ cópias de G definidas por G_i, para $i = 1, \ldots, |W|$, são inicializadas na linha 2. No laço das linhas 3-10, cada requisição de caminho ótico é avaliada e determina-se se ela pode ser atendida por algum dos $|W|$ comprimentos de onda (cópias de G). A cópia G_j de G tal que $\texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_j)$ seja mínimo é selecionada na linha 4, onde $\texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_j)$ denota o número mínimo de arcos entre $o_{\pi(i)}$ e $d_{\pi(i)}$ em G_j (define-se $\texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_j) = \infty$ quando não existe um caminho entre $o_{\pi(i)}$ e $d_{\pi(i)}$ em G_j). Caso $\texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_j)$ seja menor ou igual a δ_{max} na linha 5, então a requisição $t_{\pi(i)}$ é atendida e inserida na solução S nas linhas 6 e 7. Uma vez que uma requisição de caminho ótico $t_{\pi(i)}$ é atendida com comprimento de onda w_j, todos os arcos da rota $P_{\pi(i)}$ são removidos de G_j na linha 9, para evitar que outros caminhos óticos que futuramente venham a ser multiplexados com o comprimento de onda w_j compartilhem arcos de $P_{\pi(i)}$. Por fim, o conjunto solução S é retornado na linha 11.

Heurísticas LPT-RWA/RPT-RWA$(G, T, \pi, \delta_{max}, |W|)$
1. $S \leftarrow \emptyset$;
2. $G_i \leftarrow G$, para $i = 1, \ldots, |W|$;
3. **para** $i = 1, \ldots, |T|$ **faça**
4. $\quad j \leftarrow argmax_{k \in \{1,\ldots,|W|\}} \texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_k)$
5. $\quad$ **se** $\texttt{CaminhoMaisCurto}(t_{\pi(i)}, G_j) \leq \delta_{max}$ **então faça**
6. $\qquad P_{\pi(i)}$ recebe o caminho mais curto entre $o_{\pi(i)}$ e $d_{\pi(i)}$ em G_j;
7. $\qquad S \leftarrow S \cup \{(P_{\pi(i)}, w_j)\}$;
9. $\qquad$ Remover de G_j todos os arcos da rota $P_{\pi(i)}$ selecionada;
8. $\quad$ **fim-se**
10. **fim-para**;
11. **retornar** S;

fim.

Figura 1: Pseudocódigo das heurísticas LPT-RWA e RPT-RWA.

Existem $O(|T|!)$ permutações diferentes de requisições de caminhos óticos que podem ser passadas para a heurística RPT-RWA. Ademais, como os arcos de G têm pesos unitários, muitas requisições de caminhos óticos possuem o mesmo valor de p_i. Desta forma, o número de permutações de requisições de caminhos óticos que podem ser passadas para LPT-RWA também é superpolinomial. A qualidade das soluções geradas pelas heurísticas LPT-RWA e RPT-RWA é sensível à permutação π de requisições de caminhos óticos que é fornecida como dado de entrada. Sendo assim, é natural embutir LPT-RWA e RPT-RWA em um procedimento multi-partida (Martí *et al.*, 2013) que resolve aleatoriamente eventuais empates, gerando novas soluções a cada iteração. As heurísticas LPT-RWA e RPT-RWA são então executadas várias vezes partindo de diferentes permutações de caminhos óticos e, ao final, retornam a melhor solução encontrada em todas as iterações. Os procedimentos multi-partida serão referenciados por MS-LPT e MS-RPT, que encerram suaa execuções quando um número máximo de iterações é atingido ou quando uma solução com um custo tão bom quanto um dado valor alvo é encontrada.

4 Resultados computacionais

As heurísticas propostas neste artigo foram implementadas na linguagem de programação C++ e compilados no compilador C++ Linux/GNU. Os experimentos computacionais foram realizados em um computador Intel Core i7 CPU Q 740 com relógio de 1.73GHz e 4GB de memória RAM. O método exato que será utilizado para comparações posteriores foi implementado por Martins *et al.* (2012) na linguagem C++ usando o compilador Visual Studio e testado em um microcomputador Dell Optiplex 780, 3.00 GHz, com 3.25 GB de RAM sob o sistema operacional Windows.

4.1 Instâncias

Neste trabalho foram utilizadas instâncias anteriormente tratadas em Noronha *et al.* (2011) e Martins *et al.* (2012). As instâncias foram inicialmente analisadas com números máximos de comprimentos de onda disponíveis iguais a 10, 20 e 30, assim como em Martins *et al.* (2012). Em seguida, foram realizados testes adicionais considerando-se o número máximo de comprimentos de onda fixado, para cada instância, no mesmo valor obtido em Noronha *et al.* (2011) para resolver o problema min-RWA. A utilização destes valores garante que existem soluções em que todas as requisições são atendidas, mas encontrar estas soluções não é uma tarefa fácil.

4.2 Testes das heurísticas MS-RPT e MS-LPT

Inicialmente, foram comparados os resultados obtidos pelas heurísticas multi-partida MS-RPT e MS-LPT propostas, que são apresentados na Tabela 1. Em todos os experimentos relatados nessa seção, o número de iterações das duas heurísticas foi arbitrariamente fixado em 10.000.

Na Tabela 1, a primeira coluna apresenta os nomes das instâncias utilizadas. As duas colunas seguintes referem-se aos valores encontrados pelas heurísticas multi-partida MS-RPT e MS-LPT utilizando $|W| = 10$ comprimentos de onda. A terceira e a quarta colunas apresentam os resultados para $|W| = 20$, enquanto as duas seguintes para $|W| = 30$. A última linha da tabela fornece a queda percentual média observada no valor da solução obtida por MS-RPT quando se usa a heuristica MS-LPT. Instâncias com $|W| = 30$ que requerem menos de 30 comprimentos de onda são triviais. Não foram tratadas pelas heurísticas e estão assinaladas por "–" na tabela. Os tempos das heurísticas foram muito próximos, não apresentando diferença considerável.

A heurística MS-RPT obteve soluções melhores (ou iguais) do que aquelas obtidas por MS-LPT. Em média, os valores encontrados por MS-RPT são maiores do que aqueles obtidos por MS-LPT em 23,34%, 14,24% e 14,2%, respectivamente, para $|W| = 10$, $|W| = 20$ e $|W| = 30$. Dessa forma, a heurística MS-RPT foi escolhida para ser comparada com os resultados obtidos pelo método exato PG-MAX-IS-IRC (Martins, 2011; Martins *et al.*, 2012).

4.2.1 Comparação da heurística MS-RPT com o método exato PG-MAX-IS-IRC

Para análise e validação dos resultados, serão comparados os resultados encontrados pela heurística MS-RPT com aqueles obtidos pelo método exato PG-MAX-IS-IRC de geração de colunas (Martins, 2011; Martins *et al.*, 2012) já citado na Seção 2, que termina quando a solução ótima é obtida. A execução da heurística MS-RPT é interrompida ao atingir as 10.000 iterações.

A heurística MS-RPT e o método exato PG-MAX-IS-IRC foram submetidos aos mesmos experimentos. Todas as instâncias foram tratadas pelos dois algoritmos, com números máximos de comprimentos de onda disponíveis iguais a 10, 20 e 30. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2. A primeira coluna dessa tabela apresenta o nome da instância. As três colunas seguintes apresentam os resultados obtidos para cada instância para $|W| = 10$: o valor da solução ótima obtida por PG-MAX-IS-IRC, o valor da solução encontrada pela heurística multi-partida MS-RPT e o desvio percentual médio entre esses dois valores. Os mesmos resultados são apresentados nas colunas seguintes para $|W| = 20$ e $W = 30$. A última linha da tabela apresenta os desvios percentuais médios para cada um dos três valores de $|W|$. Observa-se que a heurística MS-RPT encontra soluções cujo valor é mais próximo do ótimo para valores maiores de $|W|$: o desvio em relação ao valor ótimo para $|W| = 10$ é igual a 19,53%, enquanto que esse mesmo desvio é igual a 13,66% para $|W| = 20$ e 13,34% para $|W| = 30$.

Outra análise realizada consistiu em fixar o número de comprimentos de onda no mesmo valor obtido por Noronha *et al.* (2011) na resolução do problema min-RWA. Os testes foram realizados apenas para as instâncias com resultados disponíveis em Noronha *et al.* (2011) para as quais a heurística não encontrou o valor ótimo. Os resultados desse novo experimento são mostrados na Tabela 3, cuja primeira coluna apresenta o nome de cada instância. A segunda coluna mostra o número de comprimentos de onda disponíveis para rotear os caminhos óticos e atender às requisições. A terceira coluna informa o alvo que se deseja encontrar, correspondente ao valor fornecido em (Noronha *et al.*, 2011) como solução de min-RWA. Na quarta coluna é apresentado o valor da melhor solução encontrada pela heurística MS-RTP, que é a mais próxima do alvo. Finalmente, a última coluna apresenta o desvio entre os valores do alvo e da melhor solução encontrada. Os resultados obtidos pela heurística MS-RPT se aproximaram muito dos valores alvo, com um desvio médio de apenas 0,66%. Foram encontradas as soluções ótimas (de valor igual ao alvo) para três das seis instâncias. Observa-se, por exemplo, que nessa situação a heurística MS-RPT encontrou a solução ótima para a instância ATT2, embora apresentasse um desvio elevado na Tabela 2 quando o número de comprimentos de onda disponíveis era pequeno.

Tabela 1: Comparação entre as heurísticas multi-partida MS-RPT e MS-LPT.

	$\|W\| = 10$		$\|W\| = 20$		$\|W\| = 30$	
Instâncias	MS-RPT	MS-LPT	MS-RPT	MS-LPT	MS-RPT	MS-LPT
ATT2	761	666	1060	922	1354	1180
ATT	222	190	328	315	–	–
FINLAND	342	253	557	463	733	662
NSF3	176	160	275	273	–	–
NSF12	220	181	372	332	486	473
NSF212	233	187	396	351	512	499
NSF1	177	163	274	273	–	–
NSF48	209	176	358	323	464	448
NSF21	187	170	282	282	–	–
NSF23	187	166	281	280	–	–
NSF248	223	183	378	340	497	483
Brasil	581	427	991	864	1241	1232
EON	269	238	369	369	–	–
sun	228	164	435	335	624	521
cost266	471	304	856	590	1177	844
Dfn-bwin	808	804	1610	1613	2401	2402
Dfn-gwin	770	233	1420	1413	1908	1892
Janos-us	378	233	673	459	922	648
Nobel-eu	260	177	472	345	663	506
Nobel-germany	193	145	337	273	447	378
Nobel-us	166	137	300	266	411	399
norway	488	271	908	524	1260	766
france	415	300	804	580	1187	844
giul	770	445	1445	894	2076	1341
Desvio médio(%)	23,34		14,24		14,20	

Tabela 2: Resultados encontrados pelo método exato PG-MAX-IS-IRC e pela heurística multi-partida MS-RPT.

	$\lvert W \rvert = 10$			$\lvert W \rvert = 20$			$\lvert W \rvert = 30$		
Instâncias	Método exato	MS-RPT	desvio (%)	Método exato	MS-RPT	desvio (%)	Método exato	MS-RPT	desvio (%)
ATT2	895	761	14,97	1298	1060	18,34	1648	1354	17,84
ATT	253	222	12,25	359	328	8,64	–	–	–
FINLAND	444	342	22,97	642	557	13,24	774	733	5,30
NSF3	195	176	9,74	277	275	0,72	–	–	–
NSF12	264	220	16,67	408	372	8,82	499	486	2,61
NSF212	280	233	16,79	427	396	7,26	522	512	1,92
NSF1	197	177	10,15	278	274	1,44	–	–	–
NSF48	254	209	17,72	389	358	7,97	469	464	1,07
NSF21	205	187	8,78	282	282	0,00	–	–	–
NSF23	206	187	9,22	284	281	1,06	–	–	–
NSF248	266	223	16,17	413	378	8,47	505	497	1,58
Brasil	721	581	19,42	1080	991	8,24	1241	1241	0,00
EON	285	269	5,61	369	369	0,00	–	–	–
sun	264	228	13,64	502	435	13,35	722	624	13,57
cost266	788	471	40,23	1325	856	35,40	1728,71	1177	31,91
Dfn-bwin	884	808	8,60	1733	1610	7,10	2555,5	2401	6,05
Dfn-gwin	874	770	11,90	1519	1420	6,52	1945	1908	1,90
Janos-us	600	378	37,00	981	673	31,40	1239	922	25,59
Nobel-eu	346	260	24,86	596	472	20,81	822	663	19,34
Nobel-germany	228	193	15,35	384	337	12,24	489	447	8,59
Nobel-us	190	166	12,63	326,5	300	8,12	432	411	4,86
norway	834	488	41,49	1377	908	34,06	1782	1260	29,29
france	610	415	31,97	1181	804	31,92	1730	1187	31,39
giul	1561	770	50,67	2519	1445	42,64	3307,5	2076	37,23
Desvio médio (%)			19,53			13,66			13,34

Tabela 3: Desempenho da heurística MS-RPT quando o número de comprimentos de onda é fixado no valores obtidos em (Noronha *et al.*, 2011).

Instância	$\|W\|$	alvo	MS-RTP	desvio (%)
ATT2	113	2918	2918	0
ATT	24	359	352	1,95
FINLAND	46	930	918	1,29
NSF3	22	285	283	0,70
NSF12	46	551	551	0
NSF212	35	551	551	0,00
Desvio médio (%)				0,66

A Tabela 4 apresenta os tempos de processamento observados para o método exato e para a heurística MS-RPT com 10 mil iterações. A primeira coluna apresenta o nome das instâncias. A seguir, para cada valor do número máximo de comprimentos de onda disponíveis, apresenta-se os tempos do método exato PG-MAX-IS-IRC e da heuristica MS-RTP. Esses tempos tem apenas caráter informativo, já que foram usadas máquinas diferentes.

5 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho tratou o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda em redes WDM, que consiste em atribuir uma rota e um comprimento de onda a um conjunto de requisições de caminhos óticos, de modo que os caminhos óticos cujas rotas compartilham alguma fibra ótica usem comprimentos de onda diferentes e o número de requisições atendidas seja maximizado (max-RWA).

Foram propostas duas heuristicas multi-partida para resolver o problema max-RWA. A heurística MS-RPT obteve melhor desempenho do que MS-LPT, obtendo melhores soluções para as três classes de instâncias tratadas. Em média, os valores encontrados por MS-RPT são maiores do que aqueles obtidos por MS-LPT em 18,4%, 12,0% e 16,5%, respectivamente, para $|W| = 10$, $|W| = 20$ e $|W| = 30$.

Comparando-se os resultados obtidos pela heurística MS-RPT com os valores ótimos fornecidos pelo método exato PG-MAX-IS-IRC, observa-se que a heurística MS-RPT encontra soluções cujo valor é mais próximo do ótimo para valores maiores de $|W|$: o desvio em relação ao valor ótimo para $|W| = 10$ é igual a 21,35%, enquanto que esse mesmo desvio é igual a 15,03% para $|W| = 20$ e 15,05% para $|W| = 30$.

Considerando-se um subconjunto formado por seis instâncias particularmente difíceis, os resultados obtidos pela heurística MS-RPT se aproximaram sobremaneira dos valores alvo: foram encontradas as soluções ótimas para três dessas instâncias, observando-se um desvio médio de apenas 0,32%. Pode-se assim concluir que a heurística MS-RPT é uma alternativa promissora para a resolução do problema max-RWA.

Referências

Chen, C. e Banerjee, S. A new model for optimal routing and wavelength assignment in walength division multiplexed optical networks. *Proceedings of the Fifteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer Societies - Networking the Next Generation*, volume 171, p. 64–171, San Francisco, 1996.

Choi, J. S., Golmie, N., Lapeyrere, F., Mouveaux, F. e Su, D. A functional classification of routing and wavelength assignment schemes in DWDM networks: Static

Tabela 4: Tempos de processamento em segundos.

	$\|W\| = 10$		$\|W\| = 20$		$\|W\| = 30$	
Instâncias	PG-MAX-IS-IRC	MS-RPT	PG-MAX-IS-IRC	MS-RPT	PG-MAX-IS-IRC	MS-RPT
ATT2	563,4	251.62	2467,34	532,88	2483,07	858,24
ATT	17,95	199	44,7	413,26	–	-
FINLAND	269,17	50,05	629,22	105,61	774,1	169,81
NSF3	0,52	10,99	0,77	21,12	–	–
NSF12	0,77	13,49	1,13	25,24	0,83	36,67
NSF212	0,62	14,03	1,03	26,1	1,23	33,89
NSF1	0,78	11,5	1,13	21,59	–	–
NSF48	0,64	13,18	0,84	24,41	0,61	37,37
NSF21	0,83	11,94	0,64	22,13	–	–
NSF23	0,83	11,26	0,64	23,02	–	–
NSF248	0,72	13,37	1,14	25,26	1,17	37,94
Brasil	33,59	70,17	110,81	152,68	57,75	241,51
EON	2,8	25,99	3,83	50,55	–	–
sun	0,08	38,91	0,33	86,04	1,83	109,47
cost266	25,84	95,51	220,89	189,72	238,31	297
dfn-bwin	0,02	46,58	0,05	88,45	0,06	132,77
dfn-gwin	0,06	42,86	0,2	81,08	0,25	119,91
Janos-us	5,61	50,32	20,06	98,46	23,53	151,65
Nobel-eu	1,52	41,95	3,23	83,95	7,52	130,37
Nobel-germany	0,12	17,07	0,41	34,03	0,48	52,54
Nobel-us	0,11	11,54	0,23	22,57	0,58	33,81
norway	7,77	68,83	29,08	134,02	46,88	203,32
france	1,08	111,36	1,53	195,21	1,77	281,9
giul	102,2	175,31	107,89	236,85	120,5	545,05

case. *Proceedings of the 7th International Conference on Optical Communication and Networks*, p. 1109–1115, Paris, 2000.

Graham, R. L. (1969), Bounds on multiprocessing timing anomalies. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 17, p. 416–429.

Jaumard, B., Meyer, C., Thiongane, B. e Yu, X. ILP formulations and optimal solutions for the RWA problem. *IEEE Global Telecommunications Conference 2004*, volume 3, p. 1918 – 1924, Dallas, 2004.

Jaumard, B., Meyer, C. e Yu, X. (2006), How much wavelength conversion allows a reduction in the blocking rate? *Journal of Optical Networking*, v. 5, p. 81–900.

Jaumard, B., Meyer, C. e Thiongane, B. (2009), On column generation formulations for the rwa problem. *Discrete Applied Mathematics*, v. 157, p. 1291–1308.

Kleinberg, J. *Approximation algorithms for disjoint paths problems.* Tese de doutorado, MIT, Cambridge, 1996.

Krishnaswamy, R. e Sivarajan, K. (2001), Algorithms for routing and wavelength assignment based on solutions of LP-relaxation. *IEEE Communications Letters*, v. 5, p. 435–437.

Kumar, M. e Kumar, P. (2002), Static lightpath establishment in WDM networks - New ILP formulations and heuristic algorithms. *Computer Communications*, v. 25, p. 109–114.

Martins, A. X. *Metaheurísticas e Formulações para a resolução do Problema de Roteamento e Alocação de Comprimentos de Onda em Redes Ópticas.* Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

Martins, A. X., Duhamel, C., Mahey, P., de Souza, M. C. e Saldanha, R. R. Geração de colunas para o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda. *Anais do XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 1–12, Rio de Janeiro, 2012.

Martí, R., Resende, M. G. C. e Ribeiro, C. C. (2013), A survey of multi-start methods for combinatorial optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 226, p. 1–8.

Noronha, T. F. *Algoritmos para Problemas de Otimização aplicados a Roteamento e Atribuição de Comprimentos de Onda.* Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

Noronha, T. F., Resende, M. G. C. e Ribeiro, C. C. (2008). *Lecture Notes in Computer Science*, v. 5038, p. 169–180.

Noronha, T. F., Resende, M. G. C. e Ribeiro, C. C. (2011), A biased random-key genetic algorithm for routing and wavelength assignment. *Journal of Global Optimization*, v. 50, p. 503–518.

Noronha, T. F. e Ribeiro, C. C. (2006), Routing and wavelength assignment by partition coloring. *European Journal of Operational Research*, v. 171, p. 797–810.

Ramaswami, R. e Sivarajan, K. N. Optimal routing and wavelength assignment in all-optical networks. *Proceedings of INFOCOM'94 Conference on Computer Communications - Networking for Global Communications*, p. 970–979, Toronto. IEEE, 1994.

Skorin-Kapov, N. (2007), Routing and wavelength assigment in optical networks using bin packing based algorithms. *European Journal of Operational Research*, v. 177, p. 1167–1179.

Zang, H., Jue, J. P. e Mukherjeee, B. (2000), A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks. *Optical Networks Magazine*, v. 1, p. 47–60.

Zhang, Z. e Acampora, A. A heuristic wavelength assignment algorithm for multihop WDM networks with wavelength routing and wavelength reuse. *Proceedings of INFOCOM'94 Conference on Computer Communications - Networking for Global Communications*, p. 534–543, Toronto. IEEE, 1994.