

Atribuição de comprimentos de ondas em redes óticas por coloração de partições

Thiago Ferreira de Noronha

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Departamento de Informática
Rua Marquês de São Vicente 225
Rio de Janeiro, RJ 22453-900, Brasil
tfn@inf.puc-rio.br

Celso Carneiro Ribeiro

Universidade Federal Fluminense
Departamento de Ciência da Computação
Rua Passo da Pátria 156
Niterói, Rio de Janeiro 24210-240, Brasil
celso@ic.uff.br

Resumo: O Problema de Coloração de Partições é uma extensão do problema de coloração de grafos, que encontra importantes aplicações no roteamento e na atribuição de comprimentos de ondas em redes totalmente óticas. Apresentam-se neste trabalho um procedimento de busca local e uma heurística do tipo busca tabu para o problema de coloração de partições, que aprimoram sensivelmente a qualidade das soluções obtidas pelo melhor algoritmo construtivo da literatura. Apresentam-se resultados computacionais preliminares e uma aplicação ilustrativa a uma instância do problema de roteamento e atribuição de comprimentos de ondas.

Palavras-chave: Coloração de partições, roteamento, atribuição de comprimentos de ondas, redes óticas, heurísticas, busca tabu.

Abstract: The Partition Coloring Problem is an extension of the graph coloring problem, with important applications in routing and wavelength assignment in all optical networks. We present in this work a local search procedure and a tabu search heuristic for the partition coloring problem, which significantly improve the quality of the solutions obtained by the best construction algorithm in the literature. We report preliminary computational results and an application to an instance of the problem of routing and wavelength assignment.

Keywords: Partition coloring, routing, wavelength assignment, optical networks, heuristics, tabu search.

1. Introdução

Seja $G=(V,E)$ um grafo não-direcionado, onde E é seu conjunto de arestas e V seu conjunto de nós. Seja também V_1, V_2, \dots, V_q uma *partição* de V em q subconjuntos tais que $V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_q = V$ e $V_i \cap V_j = \emptyset, \forall i, j = 1, \dots, q$ com $i \neq j$. Os subconjuntos V_1, V_2, \dots, V_q são referidos como as *componentes* da partição. O *Problema de Coloração de Partições* (PCP) consiste em determinar um subconjunto $V' \subseteq V$ tal que $|V' \cap V_i| = 1, \forall i=1, \dots, q$ (i.e., V' possui um nó de cada componente $V_i, \forall i=1, \dots, q$), e o número cromático do grafo induzido em G por V' seja mínimo. Este problema é claramente uma generalização do problema de coloração de grafos. Li and Simha [13] mostraram que sua versão de decisão é um problema NP-completo.

Uma *conexão* em uma rede é definida por um par de nós que devem comunicar-se entre si. As conexões entre os nós de uma rede totalmente ótica WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) são

estabelecidas por caminhos óticos [5]. Caminhos óticos são canais de comunicação entre dois nós, tais que os sinais não são convertidos em seus nós intermediários. Cada caminho ótico usa um comprimento de onda único em todas as conexões da fonte ao destino. A tecnologia WDM também impõe que dois caminhos óticos que compartilhem um nó não podem ser atribuídos ao mesmo comprimento de onda.

O *Problema de Roteamento e Atribuição de Comprimentos de Ondas* (PRACO) [6] é aquele de estabelecer rotas para um determinado conjunto de conexões pré-estabelecidas em uma rede, usando o menor número de comprimentos de ondas. Diversas estratégias foram propostas para sua solução. Algumas delas decompõem o problema em duas partes [12]: primeiramente, é calculada uma rota conectando as extremidades de cada conexão (através, por exemplo, de um algoritmo de caminho mais curto); em seguida, são atribuídos comprimentos de ondas a cada uma destas rotas, de acordo com a solução de um problema de coloração de vértices [4,9,11]. Outros enfoques tratam dos dois problemas em conjunto [2,14], resolvendo um problema de coloração de caminhos [8]. Em outro enfoque proposto em [13], determina-se primeiramente um conjunto de k rotas possíveis para cada conexão (utilizando-se, por exemplo, um algoritmo para cálculo dos k caminhos mais curtos [7]). Em seguida, uma rota (entre aquelas previamente computadas) e um comprimento de onda são associados a cada conexão, de acordo com a solução de um problema de coloração de partições sobre um grafo cujos nós correspondem às rotas pré-computadas. Cada componente da partição é associada a uma conexão a ser estabelecida e é formada pelos k nós que representam as rotas pré-computadas para esta conexão. Dois nós são adjacentes se e somente se suas rotas associadas compartilham algum nó. O vértice e a cor escolhidos para cada componente definem, respectivamente, a rota e o comprimento de onda da conexão correspondente.

O principal objetivo deste artigo consiste em propor e avaliar uma nova heurística para o problema de coloração de partições, assim como de sua aplicação na solução do problema de roteamento e atribuição de comprimentos de ondas. Um algoritmo de busca tabu é descrito na Seção 2. Resultados computacionais preliminares são relatados na Seção 3. Comentários finais são feitos na última seção.

2. Uma heurística de busca tabu

Li e Simha [13] propuseram seis algoritmos construtivos para PCP, baseados em heurísticas de coloração de grafos. Os melhores resultados foram obtidos com o algoritmo **onestepCD** (*One Step Color Degree*). Este algoritmo é uma variante da heurística de coloração baseada no grau de cada nó [3], adaptada a PCP. Primeiramente, todas as arestas que conectam nós na mesma partição são removidas. O *grau-cor* de cada nó é definido como o número de nós já coloridos que são a ele adjacentes. A cada iteração, o nó com o menor grau-cor em cada componente da partição é determinado. O nó com a maior grau-cor dentre estes últimos é selecionado. Este nó é colorido com a menor cor que não provoca conflitos e todos os demais nós na mesma componente são removidos. Estes passos são repetidos até que cada componente tenha um nó colorido.

Propõe-se aqui o procedimento de busca local **LS-PCP**, que é baseado numa vizinhança do tipo 1-opt para melhorar soluções inviáveis. O algoritmo **onestepCD** é aplicado para criar uma solução viável para PCP usando $C+1$ cores. Uma solução inviável com C cores é criada recolorindo-se aleatoriamente com uma das C primeiras cores todos os nós originalmente coloridos com a cor $C+1$. Um conflito de coloração ocorre quando dois nós adjacentes em duas partições diferentes são coloridos com a mesma cor. O procedimento de busca local investiga uma a uma as componentes cujos nós coloridos estejam envolvidos em um conflito de coloração. **LS-PCP** procura dentro de cada componente um nó não-colorido que possa ser colorido ou um nó colorido que possa ser recolorido com outra cor de modo a reduzir o número total de conflitos de coloração. Caso exista um nó nesta situação, o algoritmo aplica as modificações apropriadas de coloração e move-se para uma nova solução, a partir da qual a busca recomeça. Caso contrário, uma nova componente é investigada. A busca é interrompida quando uma solução viável com C cores é identificada. A seguir, a viabilidade

desta coloração é destruída e dispara-se a busca por outra coloração, agora com C-1 cores. Este procedimento termina após a realização de um número máximo de iterações de busca local ter sido efetuado sem que uma solução viável tenha sido encontrada.

Finalmente, propõe-se a heurística **TS-PCP** de busca tabu [10] para PCP, usando o procedimento de busca local descrito acima na busca por uma solução minimizando o número de conflitos de coloração. A cada iteração da busca tabu, um par (nó,cor) define um movimento a ser inserido na lista tabu, onde permanece por $\text{Random}(A) + \alpha \cdot n_c$ iterações, onde $\text{Random}(A)$ é um número gerado aleatoriamente no intervalo $[0, A]$, n_c é o número de componentes com nós envolvidos em conflitos de coloração, e A e α são dois parâmetros a serem ajustados. Note-se que o número de iterações ao longo das quais um par (nó,cor) permanece na lista tabu decresce com o número de conflitos de coloração. O algoritmo termina depois que $|V| \cdot C \cdot f_{\text{end}}$ iterações de busca tabu são realizadas sem que uma solução viável com C cores tenha sido determinada, onde f_{end} é outro parâmetro a ser ajustado.

3. Resultados computacionais

Apresentam-se nesta seção resultados preliminares, comparando-se os resultados obtidos pelos procedimentos de busca local e de busca tabu com aqueles encontrados pela heurística de construção **onestepCD** proposta em [13].

Foram geradas oito instâncias de PCP a partir das instâncias de coloração de nós DJSC250.5 e DJSC500.5 [1], disponíveis em <http://mat.gsia.cmu.edu/COLOR/instances.html>, cujas principais características estão resumidas nas quatro primeiras colunas da Tabela 1. Os algoritmos **onestepCD**, **LS-PCP** e **TS-PCP** foram implementados em C++ e compilados com a versão v2.95 do compilador C++ Linux/GNU. Os experimentos computacionais foram realizados em um computador Pentium IV com relógio de 2.0 GHz e 512 Mbytes de memória RAM. Cada instância foi processada dez vezes por cada algoritmo, a partir de dez sementes diferentes fornecidas para o gerador de números pseudo-aleatórios utilizado. O número médio de cores encontrado por cada algoritmo para cada instância é apresentado na Tabela 1.

Instâncias		OnestepCD	LS-PCP		TS-PCP	
nome	nós	cores	cores	desvio %	cores	desvio %
DSJC250.5-1	250	41,70	40,6	3%	29,6	29%
DSJC250.5-2	500	40,40	38,1	6%	25,8	36%
DSJC250.5-3	750	38,80	35,6	8%	24,0	38%
DSJC250.5-4	1000	38,30	34,7	9%	23,0	40%
DSJC500.5-1	500	71,20	69,3	3%	52,6	26%
DSJC500.5-2	1000	69,50	67,3	3%	46,6	33%
DSJC500.5-3	1500	68,80	65,4	5%	43,9	36%
DSJC500.5-4	2000	68,70	62,5	9%	42,4	38%

Tabela 1: Instâncias e resultados computacionais para o problema de coloração de partições

Os resultados apresentados na Tabela 1 ilustram a eficácia do procedimento de busca local **LS-PCP** e da heurística de busca tabu **TS-PCP**, que alcançam resultados sensivelmente melhores do que aqueles obtidos pelo melhor algoritmo construtivo da literatura (**onestepCD**).

Para avaliar a aplicabilidade do algoritmo TS-PCP ao PRACO, ele foi acoplado a um algoritmo de escolha de rotas. O algoritmo de escolha de rotas utilizado foi o **Greedy-EDP-RWA** [14]. Este algoritmo é uma heurística construtiva randomizada para o PRACO. O algoritmo **Greedy-EDP-RWA** é utilizado em [14] como um algoritmo multipartida, executado por um número fixo de iterações e retornando a melhor solução encontrada.

Neste trabalho, a heurística **Greedy-EDP-RWA** será utilizada de forma diferente, executando-se apenas duas de suas iterações. Ou seja, constrói-se no máximo duas rotas para cada conexão. Se as duas rotas obtidas forem iguais, apenas uma delas é considerada. A coloração obtida pelo algoritmo **Greedy-EDP-RWA** é ignorada, ou seja, apenas as rotas calculadas são consideradas. Em seguida, é construído um grafo de conflitos particionado. Cada vértice deste grafo corresponde a uma das rotas pré-calculadas pelo algoritmo **Greedy-EDP-RWA**. Os vértices que representam rotas alternativas para uma mesma conexão são agrupados numa mesma componente. Existe uma aresta entre cada par de vértices cujas rotas correspondentes compartilham algum enlace da rede. Esta abordagem será chamada de **2*Greedy-EDP-RWA**, já que o algoritmo **Greedy-EDP-RWA** é executado apenas duas vezes. O algoritmo multipartida originalmente proposto em [14] será chamado de **N*Greedy-EDP-RWA**, já que executa um número indeterminado de iterações.

A seguir, a estratégia de solução **2*Greedy-EDP-RWA + TS-PCP**, proveniente da aplicação da heurística de busca tabu **TS-PCP** ao grafo gerado pela abordagem **2*Greedy-EDP-RWA**, será comparada com o algoritmo **N*Greedy-EDP-RWA** proposto em [14]. A rede utilizada para a comparação é a rede NSFNET (Figura 8 de [13]), composta por 14 vértices e 21 enlaces, como mostra a Figura 1. Considera-se que os enlaces da rede são bidirecionais, ou seja, são compostos por duas fibras independentes que operam em sentidos opostos. Convencionou-se que a topologia virtual fosse completa, ou seja, devem ser estabelecidas conexões entre todos os pares de vértices. Os caminhos óticos são direcionados, ou seja, um caminho ótico do nó i para o nó j pode seguir uma rota diferente do que aquele do nó j para o nó i . Este modelo implica em que devem ser estabelecidos 182 caminhos óticos. De acordo com a relaxação linear da formulação proposta em [2], o roteamento ótimo desta instância necessita de no mínimo 13 comprimentos de onda.

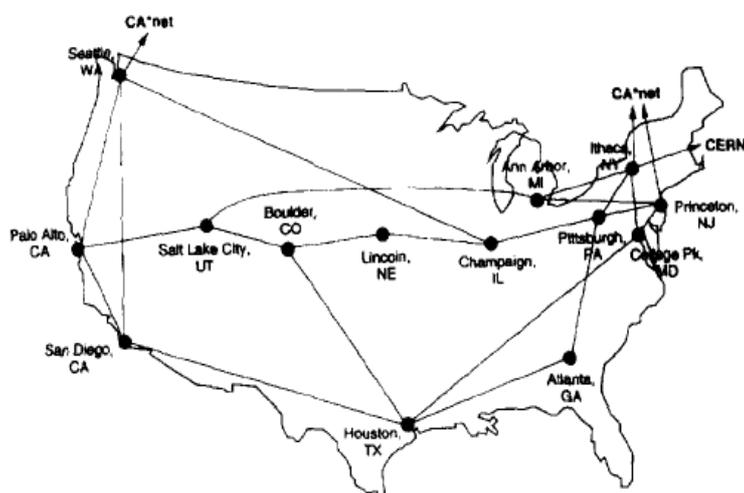


Figura 1: Topologia da rede NSFNET (14 vértices e 21 enlaces)

A estratégia **2*Greedy-EDP-RWA + TS-PCP** e o algoritmo **N*Greedy-EDP-RWA** foram executados 200 vezes para esta instância, variando-se de 1 a 200 a semente utilizada pelo gerador de números pseudo-aleatórios. Os algoritmos foram programados para terminarem sua execução quando encontrarem uma solução com pelo menos 13 comprimentos de onda. Nos gráficos da Figura 2, cada ponto da curva associada a cada algoritmo representa um par (t_i, p_i) , $\forall i=1, \dots, 200$, onde t_i é o tempo da i -ésima execução mais rápida deste algoritmo e $p_i=(i-0,5)/200$. De acordo com a metodologia descrita em [15], cada um destes gráficos descreve uma aproximação da distribuição de probabilidade da variável aleatória *tempo para alcançar uma solução tão boa quanto o valor alvo*. Observa-se pela Figura 2 que tanto a estratégia **2*Greedy-EDP-RWA + TS-PCP** quanto o algoritmo **N*Greedy-EDP-RWA** conseguem atingir a solução ótima desta instância após um certo número de iterações.

Entretanto, a nova estratégia **2*Greedy-EDP-RWA + TS-PCP** baseada na aplicação da heurística de busca tabu **TS-PCP** é muito mais robusta e encontra a solução ótima bem mais rapidamente do que o algoritmo original **N*Greedy-EDP-RWA**.

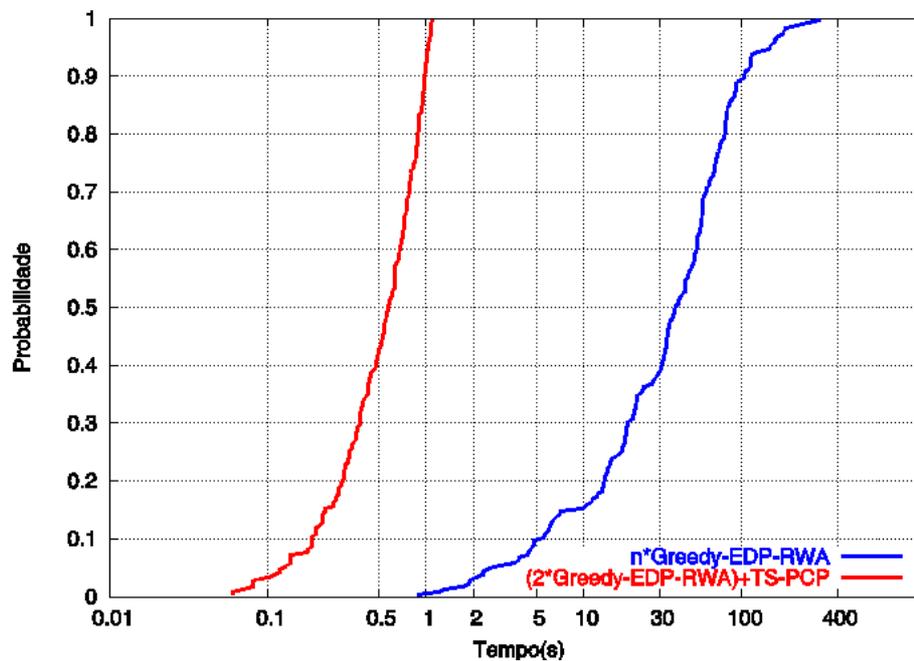


Figura 2: Comparação dos algoritmos, com o valor alvo igual a 13 (valor ótimo)

4. Comentários finais

Foi proposto neste trabalho um novo procedimento de busca local **LS-PCP** para melhorar soluções para o problema de coloração de partições. Com um pequeno custo computacional adicional, **LS-PCP** por si só é capaz de melhorar as soluções construídas pelo algoritmo **onestepCD**, reduzindo o número de cores por 6% na média.

A heurística de busca tabu **TS-PCP** também proposta neste artigo aprimora sensivelmente a qualidade das soluções obtidas pelo melhor algoritmo construtivo da literatura. Na média, considerando-se as instâncias utilizadas neste estudo, **TS-PCP** reduz de até 35% o número de cores estabelecidas pelo algoritmo construtivo. **TS-PCP** é capaz de melhorar de forma significativa as soluções obtidas pela heurística **onestepCD** com poucas iterações de busca tabu.

Também foi proposta uma estratégia de solução para o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de ondas, combinando a heurística **Greedy-EDP-RWA** com o algoritmo **TS-PCP**. Os resultados preliminares sugerem que a nova estratégia é mais robusta e encontra melhores soluções mais rapidamente do que o algoritmo multipartida proposto em [14].

Referências bibliográficas

[1] C.R. Aragon, D.S. Johnson, A. McGeoch e C. Schevon, "Optimization by simulated annealing: An experimental evaluation; Part II, Graph coloring and number partitioning", *Operations Research* 39 (1991), 378-406.

- [2] D. Bannerjee e B. Mukherjee, "Practical approach for routing and wavelength assignment in large wavelength routed optical networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 14 (1995), 903-908.
- [3] D. Brelaz, "New methods to color the vertices of a graph", *Communications of the ACM* 256 (1979), 251-256.
- [4] M. Chiarandini e T. Stütze, "An application of iterated local search to graph coloring", *Proceedings of the Computational Symposium on Graph Coloring and its Generalizations* (D.S. Johnson, A. Mehrotra e M. Trick, editores), páginas 112-125, 2002.
- [5] I. Chlamtac, A. Ganz e G. Karmi, "Lightpath communications: An approach to high-bandwidth optical WAN's", *IEEE Transactions on Communications* 40 (1992), 1171-1182.
- [6] J.S. Choi, N. Golmie, F. Lapeyrere, F. Mouveaux e D. Su, "A functional classification of routing and wavelength assignment schemes in DWDM networks: Static case", *Proceedings of the 7th International Conference on Optical Communication and Networks*, Paris, páginas 1109-1115, 2000.
- [7] S. Dreyfus, "An appraisal of some shortest path algorithms", *Operations Research* 17 (1969), 395-412.
- [8] T. Erlebach e K. Jansen, "The complexity of path coloring and call scheduling", *Theoretical Computer Science* 255 (2001), 33-50.
- [9] P. Galinier e J. Hao, "Hybrid evolutionary algorithms for graph coloring", *Journal of Combinatorial Optimization* 3 (1999), 379-397.
- [10] F. Glover e M. Laguna, *Tabu search*, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [11] A. Hertz e D. de Werra, "Using tabu search techniques for graph coloring", *Computing* 39 (1987), 345-351.
- [12] E. Hyttiä e J. Virtamo, "Wavelength assignment and routing in WDM networks", Nordic Teletraffic Seminar, Copenhagen, 1998.
- [13] G. Li e R. Simha, "The partition coloring problem and its application to wavelength routing and assignment", *Proceedings of the First Workshop on Optical Networks*, 2000.
- [14] P. Manohar, D. Manjunath e R.K. Shevgaonkar, "Routing and wavelength assignment in optical networks from edge disjoint path algorithms", *IEEE Communications Letters* 5 (2002), 211-213.
- [15] M.G.C. Resende e C.C. Ribeiro, "Greedy randomized adaptive search procedures", *Handbook of Metaheuristics* (F. Glover e G. Kochenberger, editores), Kluwer, páginas 219-249, 2003.