PUC-Rio | Departamento de Informática
Data: 5 de dezembro de 2002 | Período: 2002.2

Projeto e Análise de Algoritmos

Segunda prova

Questão 1 (3.0 pontos): Você chegou em um país com um cheque de viagem no valor de A unidades monetárias e descobre que seu sistema monetário é formado apenas por moedas de p denominações diferentes, cujos valores são $c_1, c_2, \ldots, c_p$ unidades monetárias.

1. Escreva um algoritmo eficiente para determinar de forma exata a maneira de trocar seu cheque de viagem pelo menor número possível de moedas totalizando A unidades monetárias.
2. Analise detalhadamente sua complexidade.
3. Ilustre detalhadamente a aplicação de seu algoritmo e os resultados obtidos quando $A = 1.40$, $p = 4$ e $c_1 = 0.10$, $c_2 = 0.20$, $c_3 = 0.25$ e $c_4 = 0.50$.

Questão 2 (4.0 pontos): A função $Resto(a, b)$ retorna o resto da divisão do número inteiro a pelo número inteiro b e pode ser computada em tempo $O(1)$. Dados dois números inteiros m e n, com $m > n$, considere os dois algoritmos abaixo para cálculo do Máximo Divisor Comum de m e n:

```
Função MDCA(m, n)
1  Se n = 0 então MDCA ← m; senão MDCA ← MDCA(n, Resto(m, n));
fim;
```

```
Função MDCB(m, n)
1  MDCB ← n;
2  enquanto Resto(m, MDCB) ≠ 0 ou Resto(n, MDCB) faça MDCB ← MDCB − 1;
fim;
```

1. Analise detalhadamente a complexidade do algoritmo $MDCA$. Este algoritmo é polinomial? Justifique sua resposta. (Sugestão: procure determinar qual é o maior resto que pode ser obtido na divisão do número inteiro m por um outro número inteiro qualquer.)
2. Analise detalhadamente a complexidade do algoritmo $MDCB$. Este algoritmo é polinomial? Justifique sua resposta.
3. Qual dos algoritmos $MDCA$ ou $MDCB$ é mais eficiente? Justifique sua resposta.

(continua no verso)

Questão 3 (1.0 ponto): A afirmação $P = NP \Rightarrow NP = co{-}NP$ é verdadeira ou falsa? Demonstre.

Questão 4 (2.0 pontos): Considere os problemas CLIQUE e CLIQUE-PLANAR abaixo:

Problema: CLIQUE
Entrada: Um grafo $G = (V, E)$ não-orientado.
Pergunta: Dado um número inteiro L, o grafo G possui uma clique de cardinalidade maior ou igual a L?

Problema: CLIQUE-PLANAR
Entrada: Um grafo $G = (V, E)$ não-orientado e planar.
Pergunta: Dado um número inteiro L, o grafo G possui uma clique de cardinalidade maior ou igual a L?

O problema CLIQUE é NP-completo. O que se pode afirmar do problema CLIQUE-PLANAR? Demonstre sua resposta.

Observações:

- Prova sem consulta de qualquer espécie.
- Especifique os algoritmos solicitados sob forma de descrições algorítmicas e formais (pseudo-linguagens, por exemplo), e não como códigos em determinada linguagem de programação ou usando frases imprecisas ou ambíguas em Português ou outra língua.
- A correção da prova levará em consideração a exatidão, o rigor e o formalismo na especificação dos algoritmos e das estruturas de dados.
- Justifique suas afirmações, as idéias empregadas e as estruturas de dados utilizadas no projeto dos algoritmos.
- Defina a notação utilizada e explique os conceitos empregados.
- Justifique todos seus cálculos e afirmações.
- Erros crassos de Português serão penalizados.