PUC-Rio | Departamento de Informática
Data: 21 de outubro de 2002 | Período: 2002.2

# Projeto e Análise de Algoritmos

Primeira prova

---

Questão 1 (3.0 pontos): Considere $n$ objetos $j = 1, \ldots, n$, a cada um dos quais estão associados um lucro $c_j$, um peso $a_j$ e uma quantidade máxima disponível $n_j$. Dado um peso máximo $b$, o problema da mochila consiste em selecionar um subconjunto de objetos e o número de itens de cada um que maximizem o lucro total e cujo peso total seja menor ou igual a $b$. Especifique de forma precisa um algoritmo baseado em programação dinâmica para resolver este problema. Analise detalhadamente sua complexidade.

Questão 2 (4.0 pontos): Uma equipe de futebol deverá jogar $p$ partidas ao longo de um campeonato. Esta equipe recebe um ponto por cada empate e três pontos por cada vitória. Especifique de forma precisa um algoritmo polinomial em $p$ que determine quantas seqüências diferentes de resultados permitem que a equipe conquiste exatamente $k$ pontos ao final do campeonato. Analise detalhadamente sua complexidade.

*Exemplo*: No caso de $p = 3$ e $k = 3$, há exatamente quatro seqüências diferentes de resultados que permitem alcançar 3 pontos: (1) vitória no jogo 1 e derrota nos demais; (2) vitória no jogo 2 e derrota nos demais; (3) vitória no jogo 3 e derrota nos demais; e (4) empates nos três jogos.

Questão 3 (3.0 pontos): Dados um grafo completo com $n$ nós e uma matriz de distâncias positivas $c_{ij}$ entre dois nós $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$, o problema do caixeiro viajante (PCV) consiste em determinar uma rota circular que visite cada nó uma e exatamente uma vez e retorne ao nó inicial. Considere ainda o algoritmo de fragmentos de Kruskal (apresentado em aula) para determinação de uma árvore geradora de peso mínimo (AGPM) de um grafo, baseado na ordenação das arestas do grafo em ordem crescente de pesos.

1. Especifique detalhadamente um algoritmo para o PCV baseado no mesmo princípio do algoritmo de fragmentos de Kruskal para a AGPM.
2. Analise detalhadamente sua complexidade.
3. Responda ``Sim'' ou ``Não'': o algoritmo especificado no item (1) acima obtém a solução exata para o PCV?
4. Demonstre formalmente a resposta do item anterior.

Observações:

- Prova sem consulta de qualquer espécie.
- Especifique os algoritmos solicitados sob forma de descrições algorítmicas e formais (pseudo-linguagens, por exemplo), e não como códigos em determinada linguagem de programação ou usando frases imprecisas ou ambíguas em Português ou outra língua.

*(continua no verso)*

- A correção da prova levará em consideração a exatidão, o rigor e o formalismo na especificação dos algoritmos e das estruturas de dados.
- Justifique sua afirmações, as idéias empregadas e as estruturas de dados utilizadas no projeto dos algoritmos.
- Defina a notação utilizada e explique os conceitos empregados.
- Justifique todos seus cálculos e afirmações.
- Erros crassos de Português serão penalizados.