PUC-Rio | Departamento de Informática
Data: 4 de maio de 2002 | Período: 2002.1

Projeto e Análise de Algoritmos

Primeira prova

Questão 1 (3.0 pontos): Você está diante de um muro que se estende infinitamente à esquerda e à direita. A escuridão é total e você carrega apenas uma lanterna que só lhe permite ver a porção do muro que está exatamente à sua frente. Existe neste muro uma única porta que você deseja encontrar e atravessar, mas você não sabe nem a que distância ela se encontra, nem se esta à sua direita ou à sua esquerda. Especifique detalhada e precisamente o algoritmo de menor complexidade que permita encontrar a porta. Descreva sua complexidade de pior caso em termos da distância desconhecida L a que você originalmente se encontra da porta.

Questão 2 (3.0 pontos): Considere o algoritmo de Dijkstra para determinar o caminho mais curto entre dois nós s e t de um grafo $G = (V, E)$ munido de distâncias $c_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in E$. Especifique de forma precisa um algoritmo para determinar o caminho mais longo entre os nós s e t. Estabeleça formalmente sua complexidade de pior caso e suas condições de aplicabilidade.

Questão 3 (2.0 pontos): Seja $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ um vetor que armazena n números inteiros. Dado um número inteiro x, especifique detalhada e precisamente o algoritmo de menor complexidade que reorganize os elementos de a de tal modo que os elementos menores do que x apareçam primeiro, os elementos seguintes sejam todos iguais a x e a parte final seja formada por elementos maiores do que x. A reorganização do vetor deverá ser feita sobre o próprio vetor original, sem utilizar memória adicional. Analise a complexidade deste algoritmo. ($< x$, ..., $< x$, $= x$, ..., $= x$, $> x$, ..., $> x$)

Questão 4 (2.0 pontos): Assinale *verdadeiro* (V) ou *falso* (F) para cada afirmativa abaixo e justifique (através de demonstração formal ou de contra-exemplo, como for apropriado).

1. ( ): $\log n = O(\sqrt{n})$
2. ( ): Sejam $f(n)$ e $g(n)$ duas funções definidas sobre os números inteiros. Então, $f(n) = O(g(n))$ ou $g(n) = O(f(n))$.
3. ( ): $\log n^n = O(2^n)$
4. ( ): $\log n + 1 = O(2(\log n)^2)$

Observações:

- Prova sem consulta de qualquer espécie.
- Especifique os algoritmos solicitados sob forma de descrições algorítmicas e formais (pseudo-linguagens, por exemplo), e não como códigos em determinada linguagem de programação ou usando frases imprecisas ou ambíguas em Português ou outra língua.

(continua no verso)

- A correção da prova levará em consideração a exatidão, o rigor e o formalismo na especificação dos algoritmos e das estruturas de dados.
- Justifique sua afirmações, as idéias empregadas e as estruturas de dados utilizadas no projeto dos algoritmos.
- Defina a notação utilizada e explique os conceitos empregados.
- Justifique todos seus cálculos e afirmações.
- Erros crassos de Português serão penalizados.