PUC-Rio — Departamento de Informática
Data: 15 de dezembro de 1999 — Período: 1999.2

Análise de Algoritmos

Prova Final

Questão 1 (2.5 pontos): Assinale *verdadeiro* (V) ou *falso* (F) para cada afirmativa abaixo e justifique (através de demonstração ou contra-exemplo, conforme apropriado).

1. ( ): $\log 2^n = O(\log 3^n)$
2. ( ): $\log 3^n = O(\log 2^n)$
3. ( ): $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n)) \Rightarrow f(n) = O(h(n))$
4. ( ): $f(n) = O(g(n)) \Rightarrow 2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$
5. ( ): Sejam $f(n)$ e $g(n)$ duas funções definidas sobre os números inteiros. Então, $f(n) = O(g(n))$ ou $g(n) = O(f(n))$.

Questão 2 (2.5 pontos): Seja $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ um vetor que armazena n itens (números reais). Especifique o algoritmo de menor complexidade possível para relacionar o número de ocorrências de cada item. Analise a complexidade deste algoritmo.

Questão 3 (2.0 pontos): Seja $G = [V, E]$ um grafo orientado representado por listas de sucessores, onde $V = \{1, 2, \ldots, n\}$ é o conjunto de nós e E é o conjunto de arcos. Especifique o algoritmo de menor complexidade possível para transformar esta representação em uma representação por lista de predecessores. Descreva cuidadosamente as estruturas de dados utilizadas e analise a complexidade do algoritmo proposto.

Questão 4 (3.0 pontos): Seja $G = [V, E]$ um grafo conexo não-orientado, onde $V = \{1, 2, \ldots, n\}$ é o conjunto de nós e E é o conjunto de arestas. Define-se um vértice de articulação de G como sendo qualquer vértice $v \in V$ cuja eliminação transforma G em um grafo não-conexo. Especifique um algoritmo de baixa complexidade para determinar os vértices de articulação de G. Analise a complexidade deste algoritmo.

Observações:

- Prova sem consulta de qualquer espécie.
- Apresente os algoritmos solicitados sob forma de descrições algorítmicas e formais (pseudo-linguagens, por exemplo), e não como códigos em determinada linguagem de programação ou usando frases imprecisas ou ambíguas em português ou outra língua.
- A correção da prova levará em consideração a exatidão, o rigor e o formalismo na especificação dos algoritmos.
- Justifique sua afirmações e as idéias empregadas no projeto dos algoritmos.
- Defina a notação utilizada e explique os conceitos empregados.
- Justifique todos seus cálculos e afirmações.