PUC-Rio — Departamento de Informática
Data: 9 de maio de 1998 — Período: 1998.1

Projeto e Análise de Algoritmos

Primeira Prova

Questão 1 (2 pontos): Considere quatro algoritmos A, B, C e D, cujas complexidades são $O(n^n)$, $O(2^n)$, $O(\log n^n)$ e $O(n!)$, respectivamente. Compare-os em termos de suas complexidades, demonstrando a hierarquia de complexidades.

Questão 2 (3 pontos) Seja $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ um vetor ordenado em ordem crescente, que armazena n números inteiros. Considere o algoritmo de busca binária que, dado um valor inteiro x, determina se existe $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$ tal que $a_i = x$. (Aliás, qual é mesmo sua complexidade?) Especifique um algoritmo de "busca ternária", baseando-se na partição do intervalo de busca em três partes iguais. Justifique o princípio de funcionamento do algoritmo. Analise e avalie sua complexidade, justificando. Compare os algoritmos de busca binária e de busca ternária em termos de suas complexidades e do número de operações realizadas. Você considera que seria possível propor alguma generalização desta idéia? Discuta suas implicações.

Questão 3 (4 pontos): Dado um grafo não-orientado $G = [N, A]$, onde N é o conjunto de vértices e A é o conjunto de arestas, define-se o problema MAX-CLIQUE como a determinação de um subconjunto $X \subseteq N$ de cardinalidade máxima dos vértices deste grafo, tal que $\forall i, j \in X \Longrightarrow (i, j) \in A$ (ou seja, o problema consiste em determinar um subgrafo completo de G com número máximo de nós). Sejam $n =\mid N \mid$ e $m =\mid A \mid$. Proponha e especifique um algoritmo (exato ou aproximado) para a construção de boas soluções para MAX-CLIQUE, apresentando sua descrição. Trata-se de um algoritmo exato ou aproximado? Por que? Analise e calcule (justificando) sua complexidade utilizando a notação O.

Questão 4 (1 ponto) Considere três algoritmos cujos tempos de processamento para o mesmo problema sejam dados por $T_1(n) = n^3$, $T_2(n) = 3^n$ e $T_3(n) = 3 \times n!$ Suponha que $n = 100$ seja o tamanho do maior problema que pode ser resolvido por cada um destes algoritmos com o computador mais rápido atualmente disponível, em determinado tempo de processamento. Qual seria o tamanho do maior problema que poderia ser resolvido na prática por estes mesmos algoritmos, utilizando-se de um computador 1000 vezes mais rápido e mantendo-se constante o tempo de processamento disponível e utilizado? Compare estes algoritmos em termos dos benefícios que tiram de avanços tecnológicos.

Observações:

- Prova sem consulta de qualquer espécie.
- Apresente os algoritmos solicitados sob forma de descrições algorítmicas e formais (pseudo-linguagens, por exemplo), e não como códigos em determinada linguagem de programação ou usando frases imprecisas ou ambíguas em português ou outra língua.
- Justifique sua afirmações e as idéias empregadas no projeto dos algoritmos.
- Defina a notação utilizada e explique os conceitos empregados.
- Justifique todos seus cálculos e afirmações.