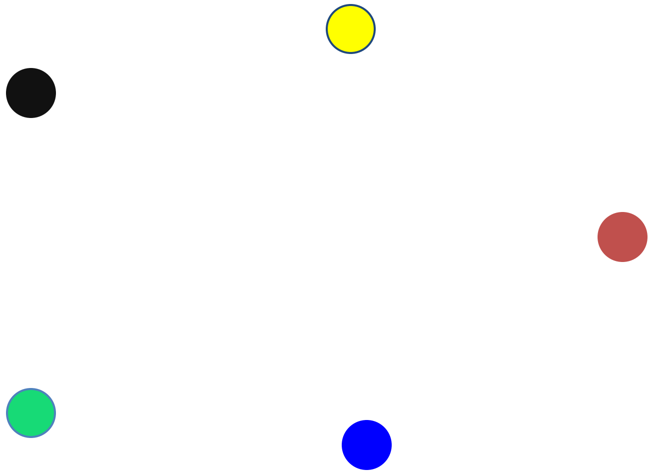
Uma Breve Introdução sobre Aplicações de Grafos

Fábio Protti
IC/UFF

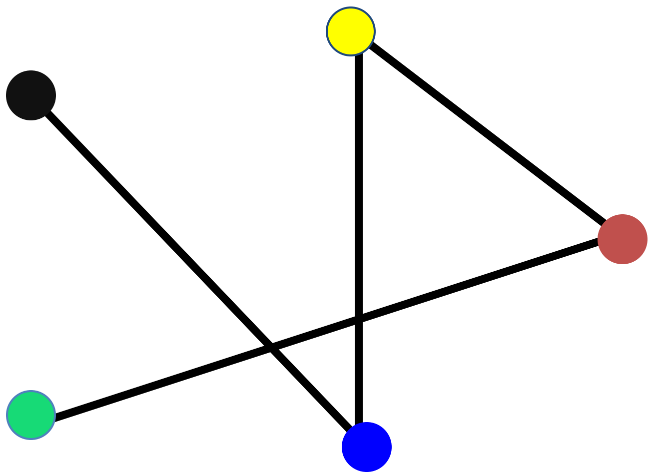
Grafo

É formado por um conjunto de pontos, chamados vértices...



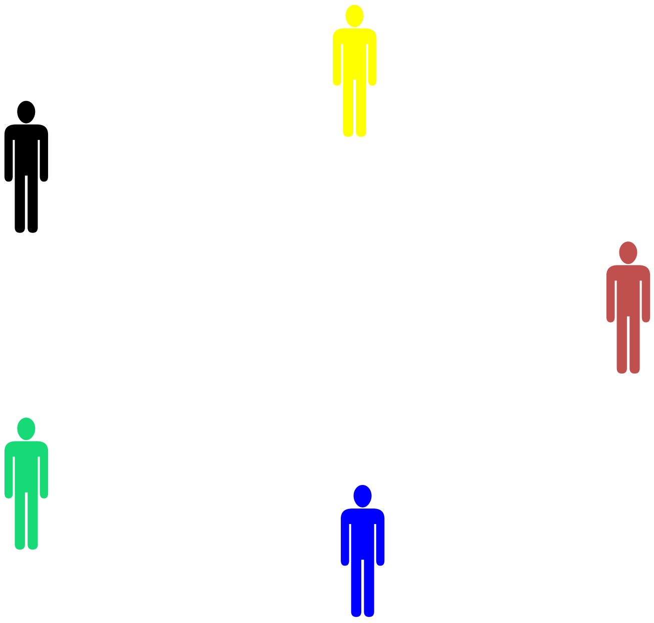
Grafo

É formado por um conjunto de pontos, chamados vértices...

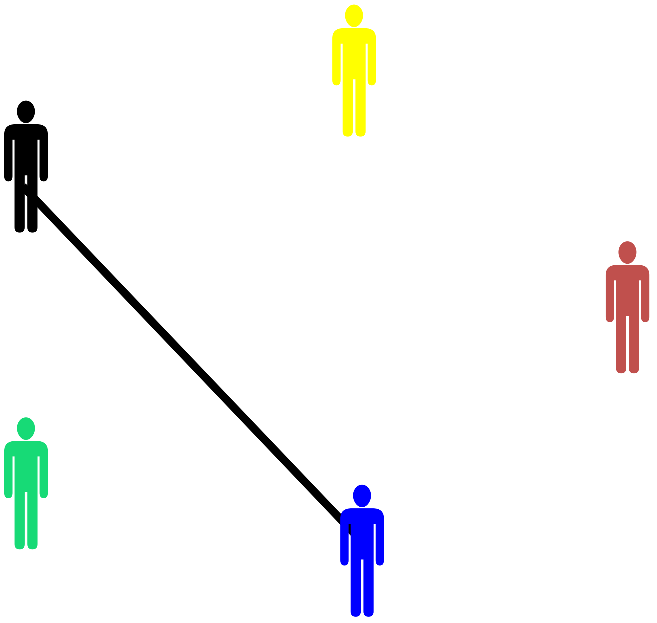


...conectados por um conjunto de linhas, chamadas arestas.

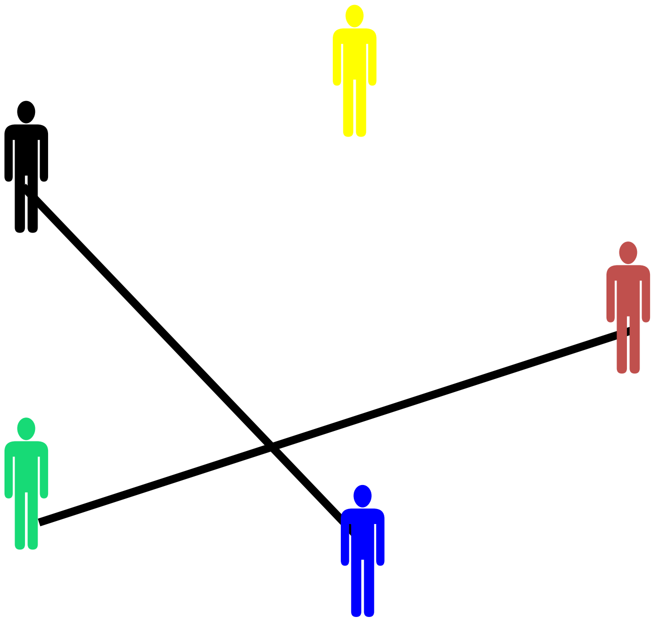
Grafo



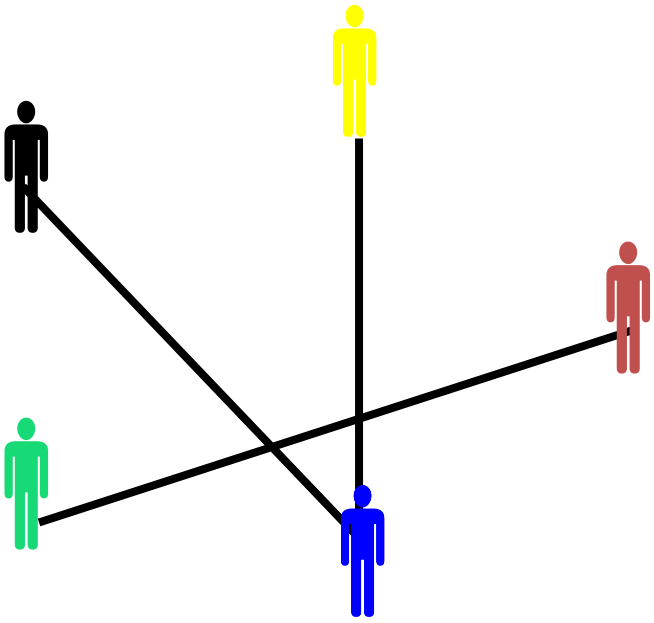
Grafo



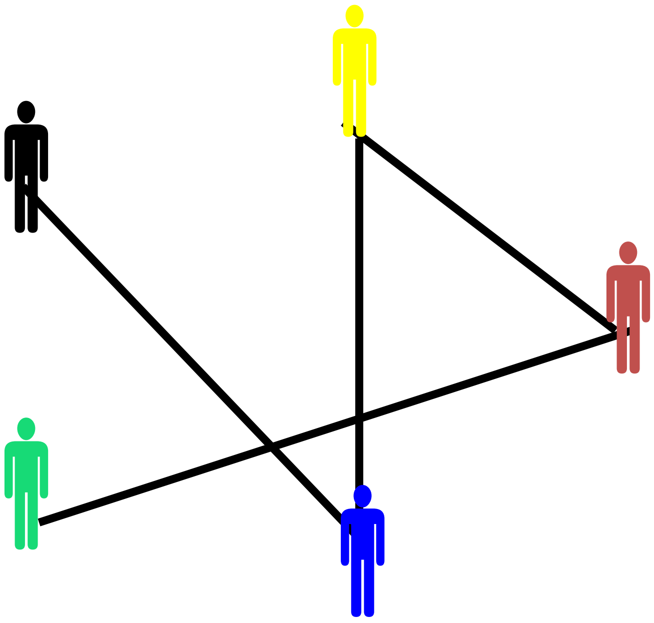
Grafo



Grafo



Grafo



Grafo – Definição Informal

- Abstração que permite codificar relacionamentos entre pares de objetos

Grafos – Definição Informal

- Abstração que permite codificar relacionamentos entre pares de objetos

Que objetos?

Grafo – Definição Informal

- Abstração que permite codificar relacionamentos entre pares de objetos

Que objetos?

- Ex.: Pessoas, cidades, empresas, países, páginas web, filmes, etc.

Grafo – Definição Informal

- Abstração que permite codificar relacionamentos entre pares de objetos

Que objetos?

- Ex.: Pessoas, cidades, empresas, países, páginas web, filmes, etc.

Que relacionamentos?

Grafo – Definição Informal

- Abstração que permite codificar relacionamentos entre pares de objetos

Que objetos?

- Ex.: Pessoas, cidades, empresas, países, páginas web, filmes, etc.

Que relacionamentos?

- Ex.: Amizade, conectividade, produção, língua falada, etc.

Grafo – Definição Informal

Grafo – Definição Informal

Objetos → Vértices do Grafo

Grafo – Definição Informal

Objetos → Vértices do Grafo

Relacionamentos → Arestas do Grafo

Grafo – Definição Informal

Objetos → Vértices do Grafo

Relacionamentos → Arestas do Grafo

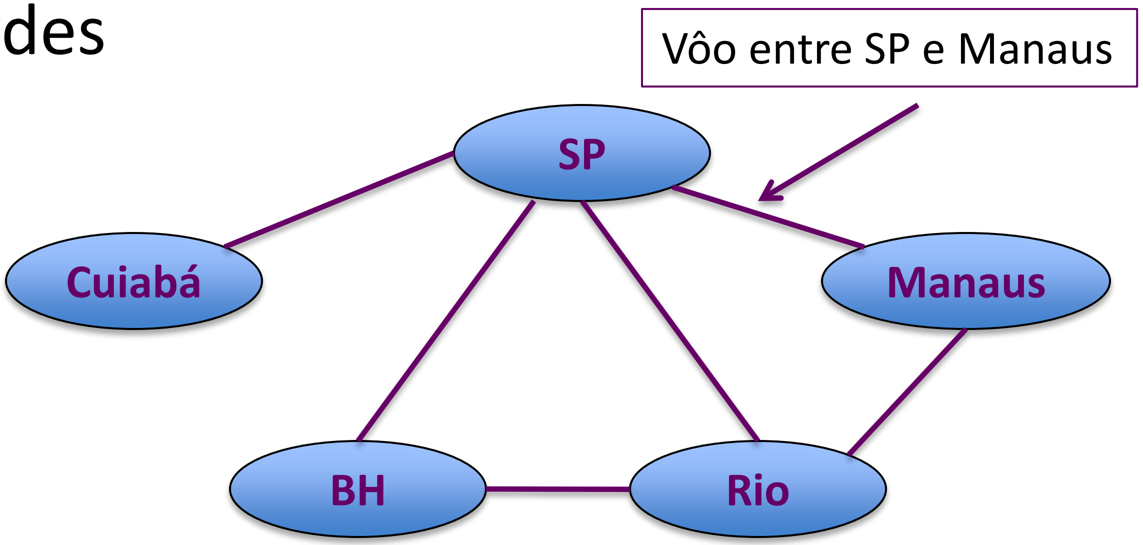
Exemplos?

Exemplos de Grafos

- Transporte Aéreo:
  - Objeto: Cidades
  - Relacionamento: Vôo comercial entre duas cidades

Exemplos de Grafos

- Transporte Aéreo:
  - Objeto: Cidades
  - Relacionamento: Vôo comercial entre duas cidades

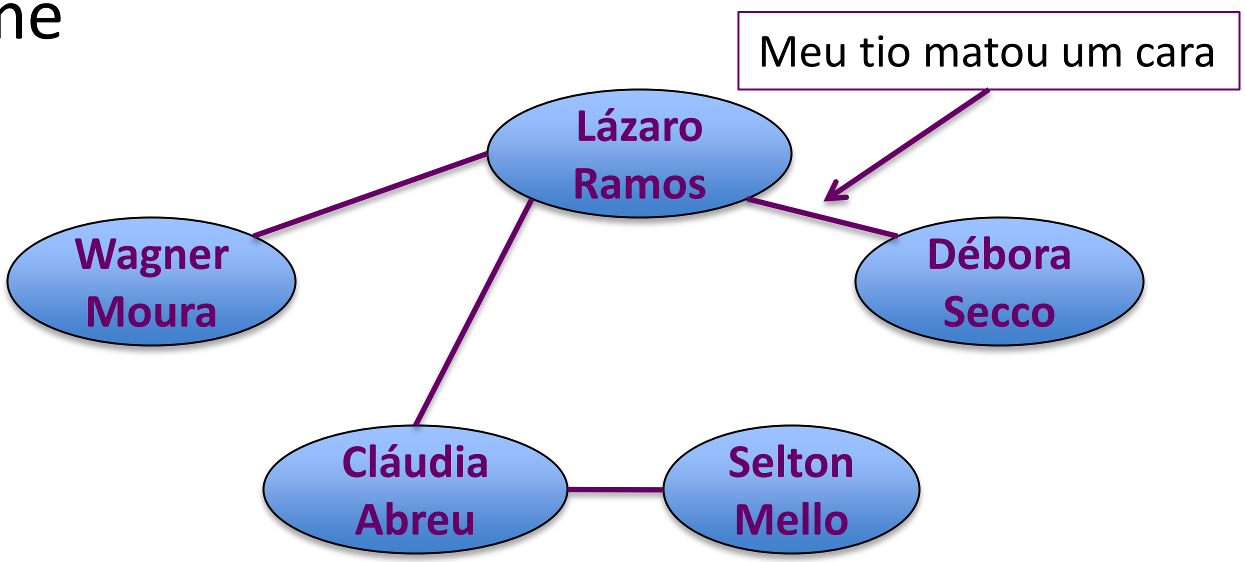


Exemplos de Grafos

- Atores e Filmes:
  - Objeto: Atores
  - Relacionamento: Atores atuaram em um mesmo filme

Exemplos de Grafos

- Atores e Filmes:
  - Objeto: Atores
  - Relacionamento: Atores atuaram e um mesmo filme

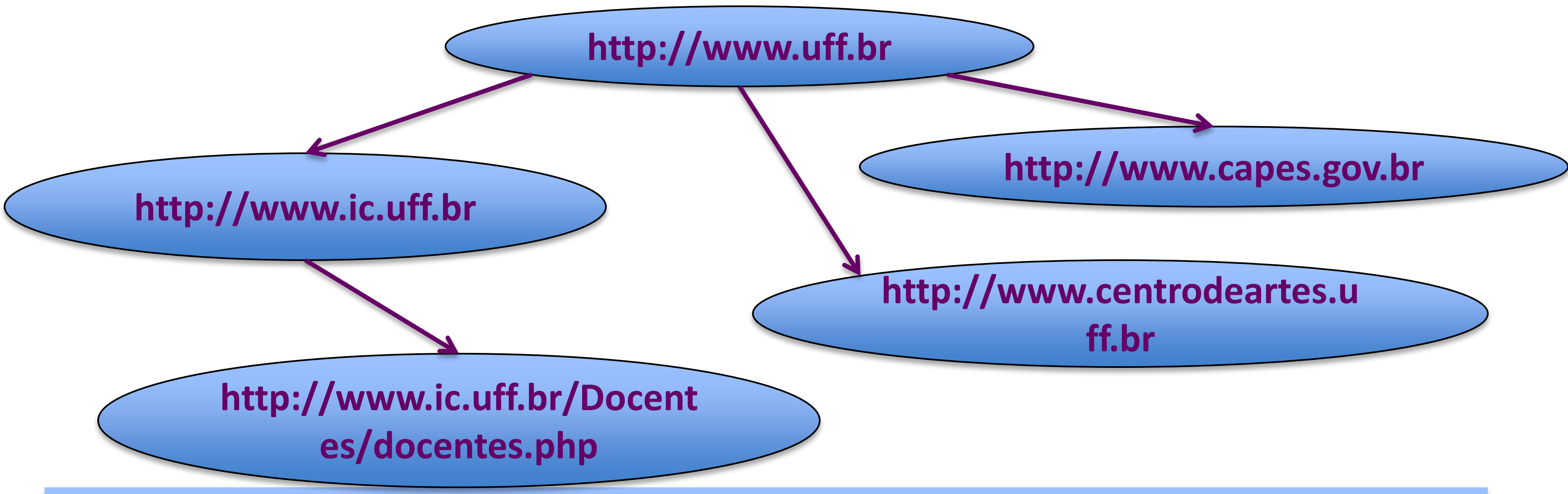


Exemplos de Grafos

- Web:
  - Objeto: páginas web
  - Relacionamento: link de uma página para outra

Exemplos de Grafos

- Web:
  - Objeto: páginas web
  - Relacionamento: link de uma página para outra



Definição Formal

$$G=(V(G), E(G), \psi_G)$$

Conjunto não vazio
de vértices

Conjunto disjunto de V(G),
Formado por arestas

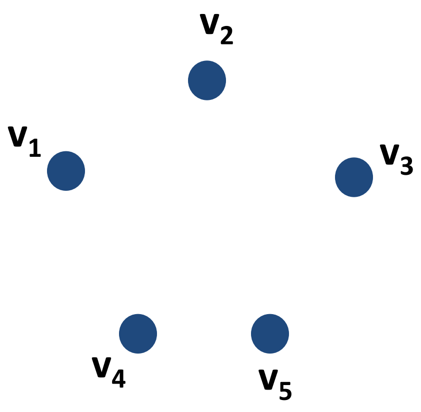
Função que associa
cada aresta de G a um par
de vértices de G

Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

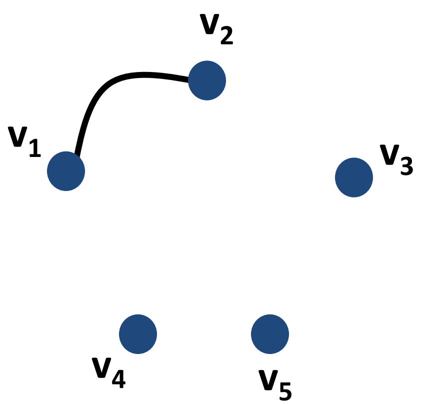
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 , e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



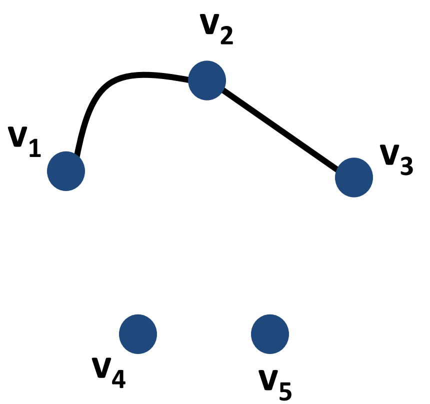
Exemplo

- G=(V(G), E(G), ψ_G), onde
  - V(G) ={v_1, v_2, v_3, v_4, v_5}
  - E(G)={e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 , e_8}
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



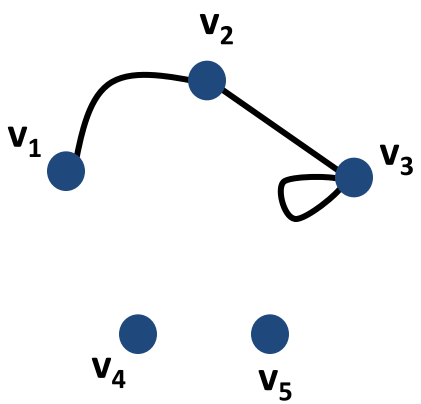
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



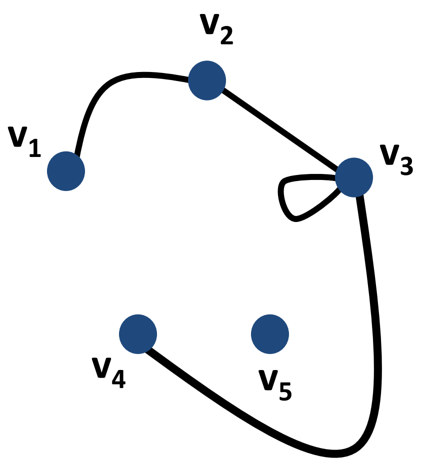
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



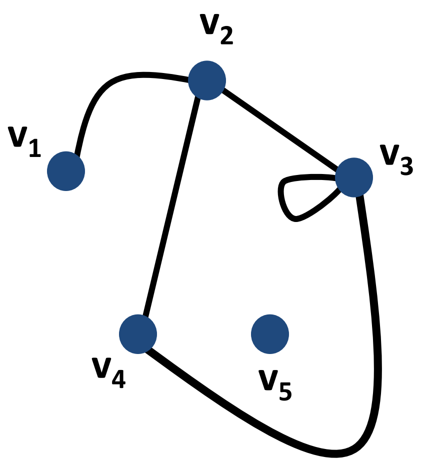
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



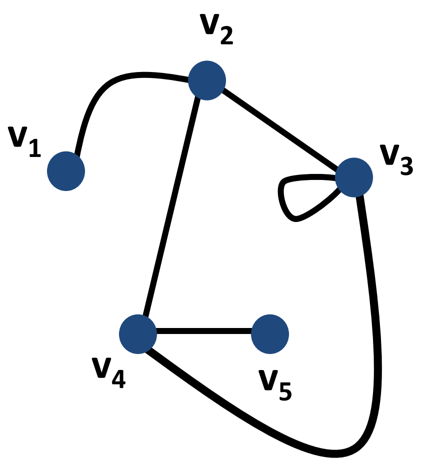
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



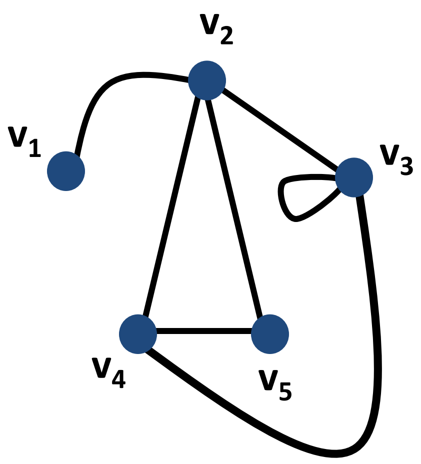
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



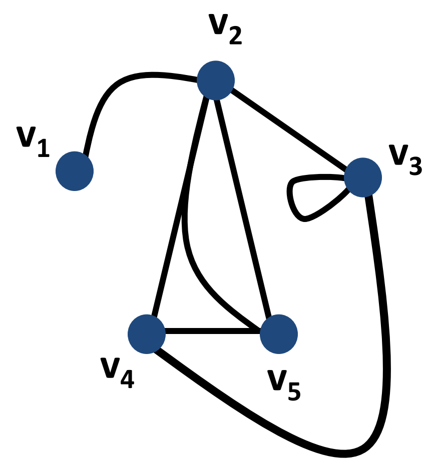
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) =\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 , e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



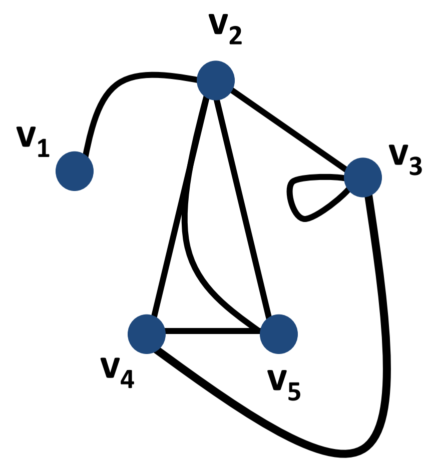
Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



Exemplo

- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$



G

Observações

- Grafos são assim chamados por poderem ser representados graficamente

Observações

- Grafos são assim chamados por poderem ser representados graficamente

- Existe uma única maneira de desenhar um grafo?

Observações

- Grafos são assim chamados por poderem ser representados graficamente

- Existe uma única maneira de desenhar um grafo?

NÃO!!!

Um pouco de História

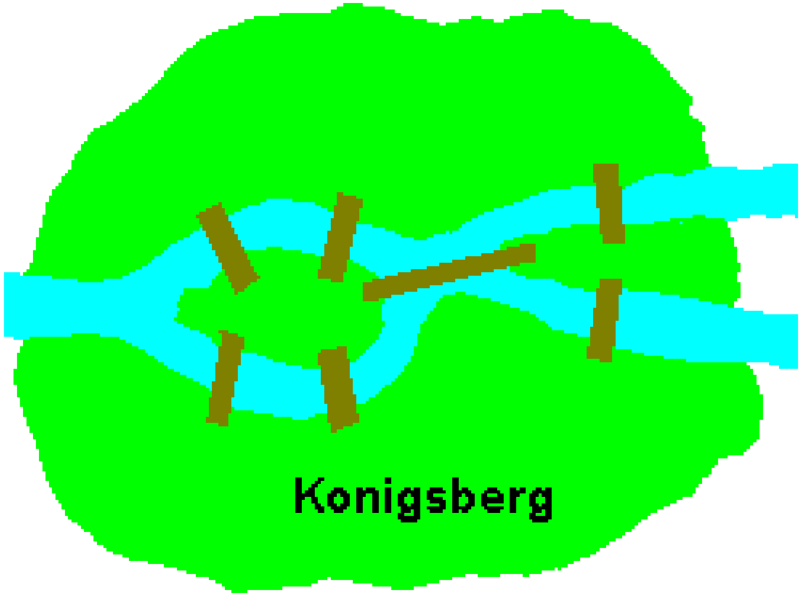
- A Teoria dos Grafos teve sua origem com o problema das Pontes de Königsberg, em 1735.

Um pouco de História

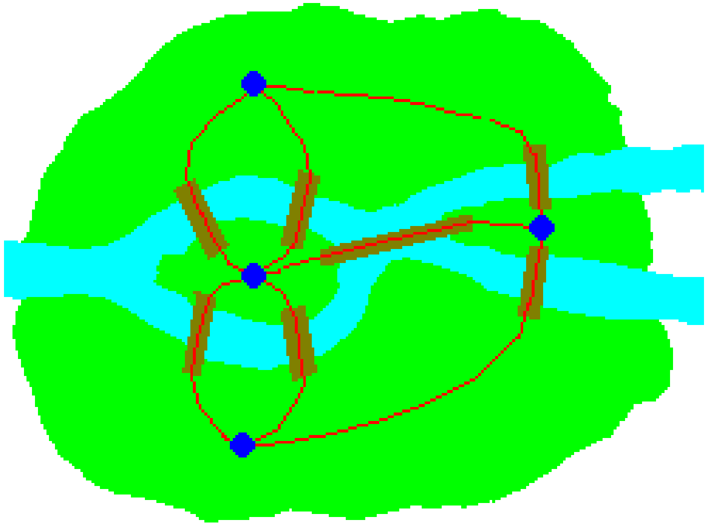
A cidade de Königsberg é banhada pelo rio Pregel que, ao atravessar a cidade se ramifica formando uma ilha (Kneiphof) que está ligada à parte restante da cidade por sete pontes.
Dizia-se que os habitantes da cidade, nos dias de descanso e sol, tentavam efetuar um percurso que os obrigasse a passar por todas as pontes, mas apenas uma vez em cada uma.
Como as suas tentativas sempre falhavam, muitos deles acreditavam que não era possível encontrar tal percurso.
Será que tinham razão?

Um pouco de História

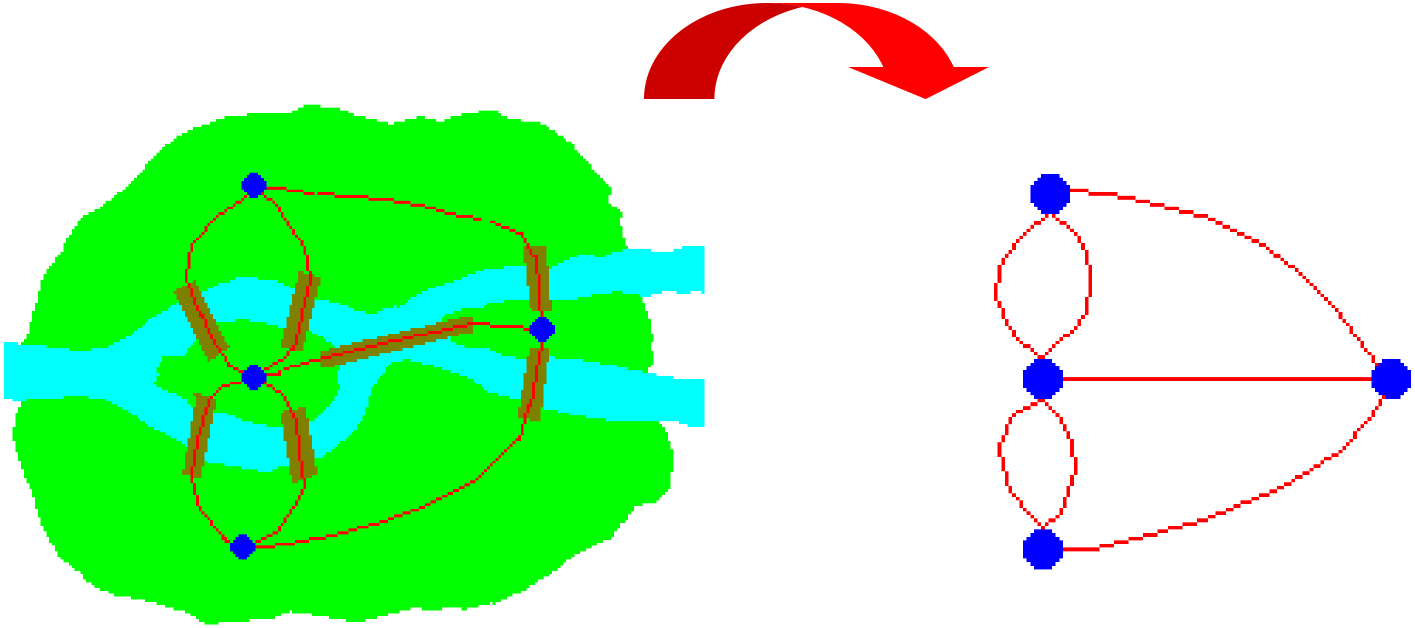
É possível andar por toda a cidade de tal modo que cada ponte seja atravessada exatamente uma vez?



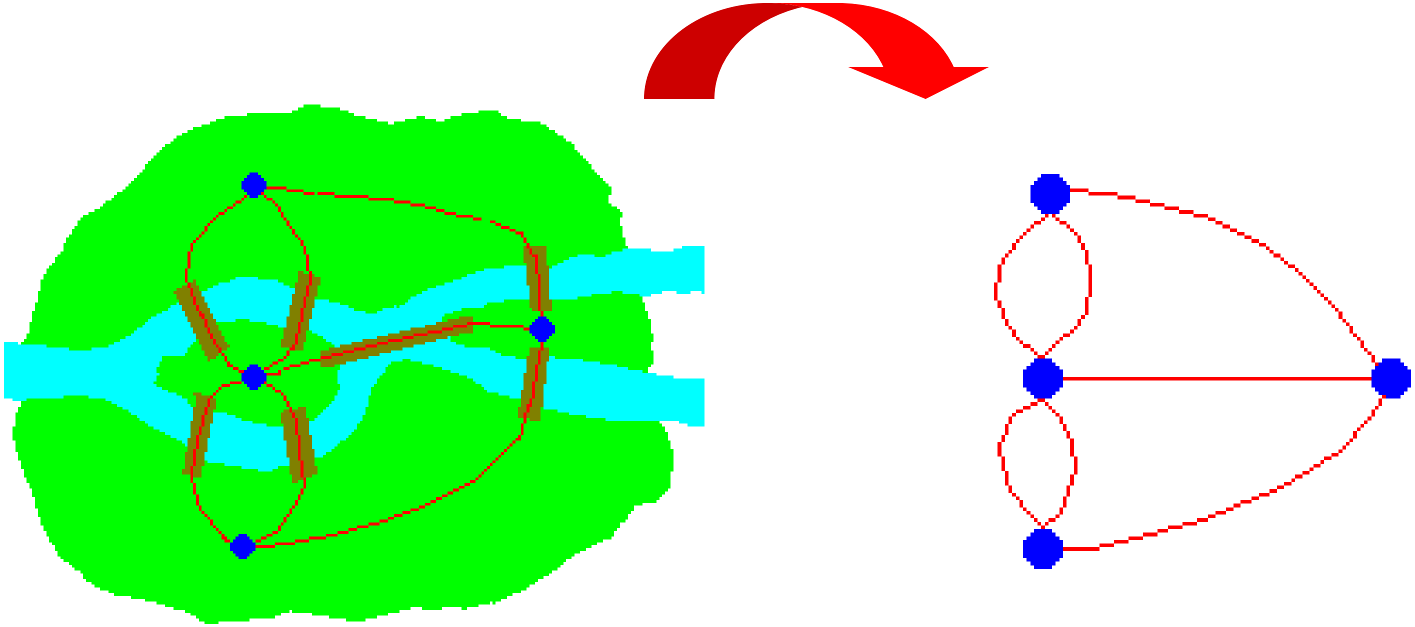
Remodelando o problema



Remodelando o problema



Remodelando o problema



O problema agora consiste em percorrer todas as arestas, passando por cada uma apenas uma vez, sem levantar o lápis do papel.

Remodelando o problema

Um caminho completo com as propriedades descritas acima de não retraçar nenhuma aresta é chamado de TRILHA de EULER

O Assassinato de Van Diamond

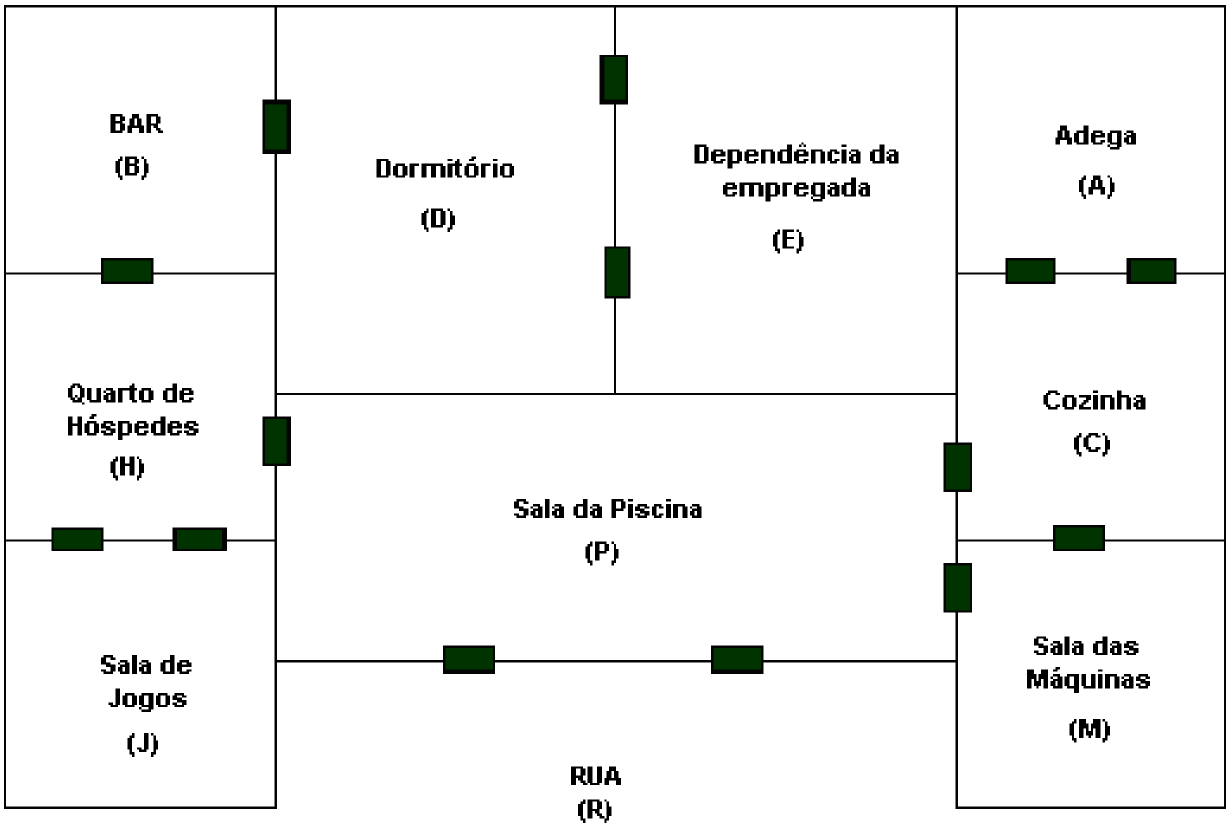
- O bilionário Van Diamond acaba de ser assassinado. Um conhecido detetive que nas horas vagas é um estudioso da Teoria de Grafos foi chamado para investigar o caso.

- O mordomo alega ter visto o jardineiro entrar na sala da piscina (lugar onde ocorreu o assassinato) e logo em seguida deixar aquela sala pela mesma porta que havia entrado.

- O jardineiro, contudo, afirma que ele não poderia ser a pessoa vista pelo mordomo, pois ele havia entrado na casa, passado por todas as portas uma única vez e, em seguida, deixado a casa.

- O detetive avaliou a planta da residência e em poucos minutos declarou solucionado o caso.

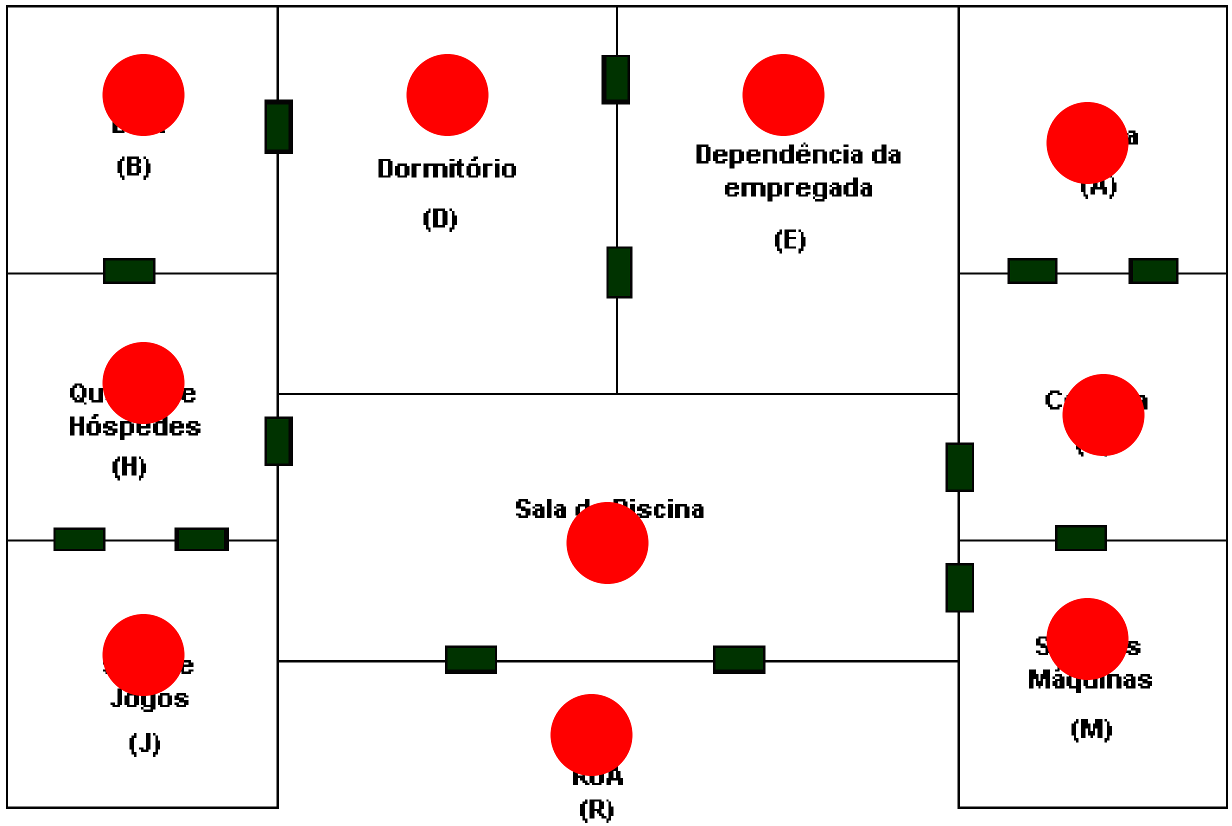
Planta da Casa



Quem poderia ser o assassino indicado pelo detetive?

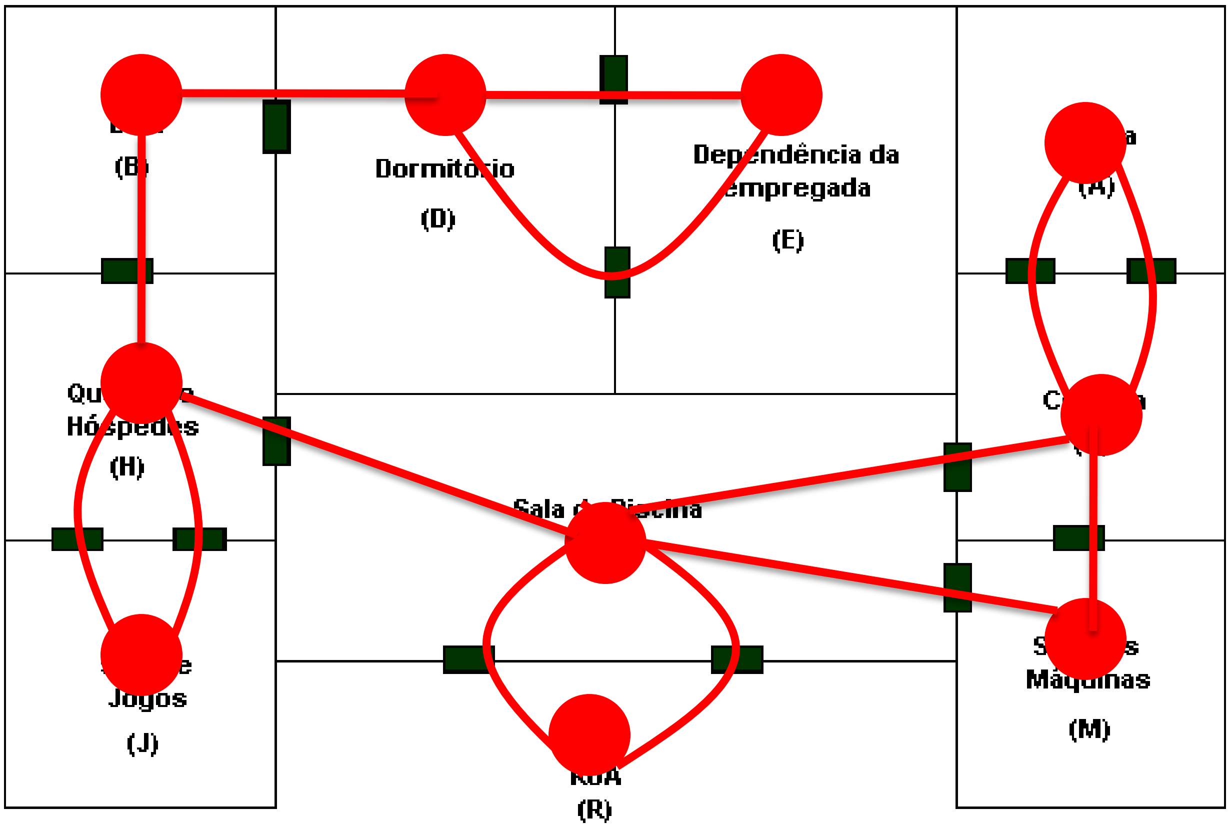
Qual o raciocínio utilizado pelo detetive para apontar o suspeito?

Planta da Casa



Quem poderia ser o assassino indicado pelo detetive?
Qual o raciocínio utilizado pelo detetive para apontar o suspeito?

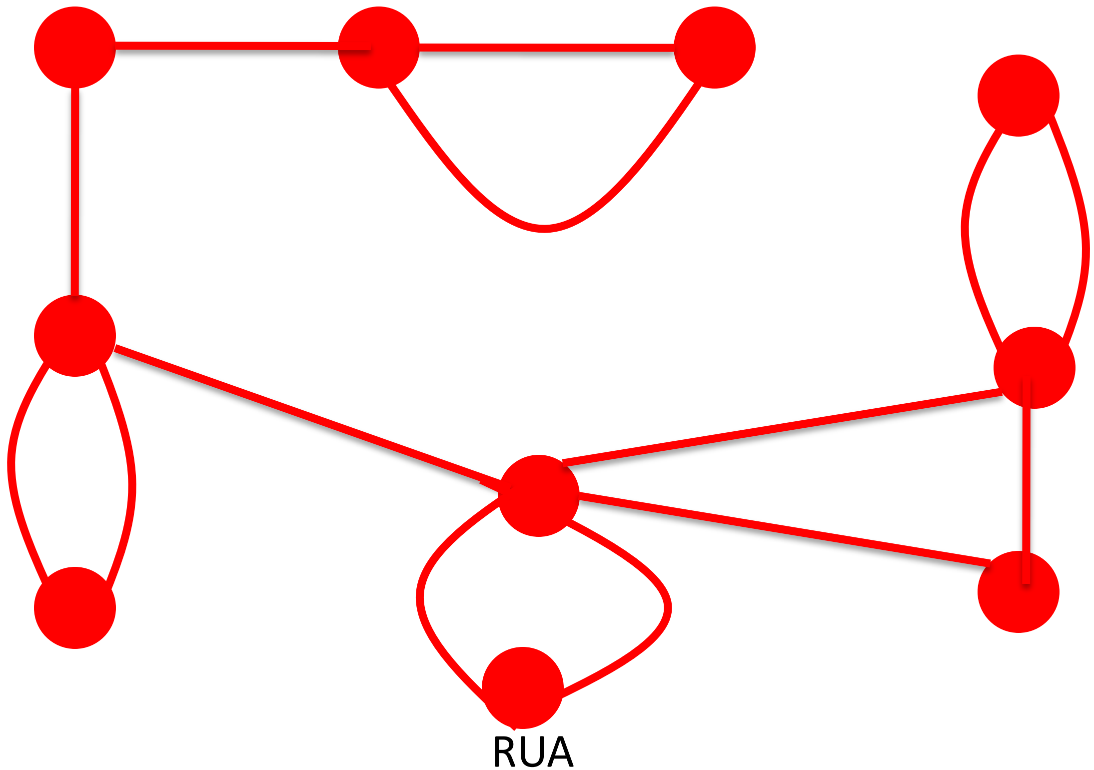
Planta da Casa



Quem poderia ser o assassino indicado pelo detetive?

Qual o raciocínio utilizado pelo detetive para apontar o suspeito?

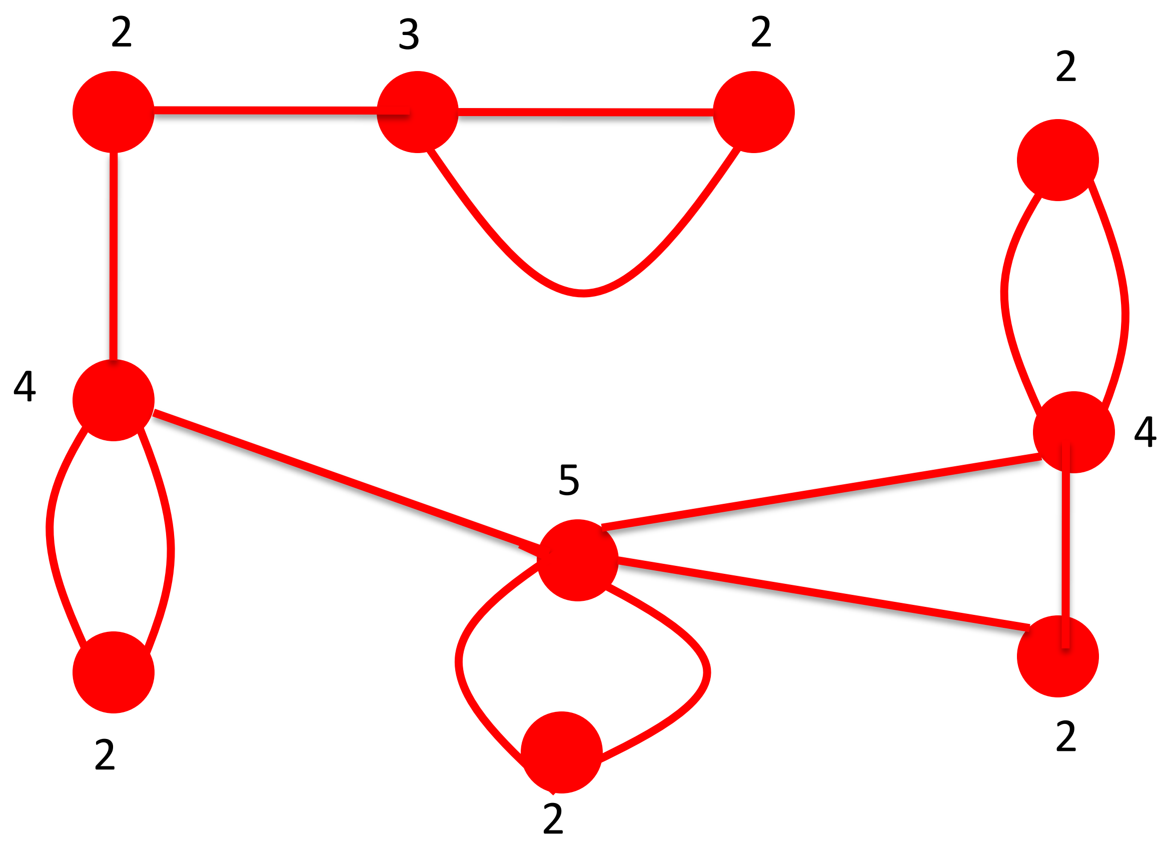
Planta da Casa



Quem poderia ser o assassino indicado pelo detetive?

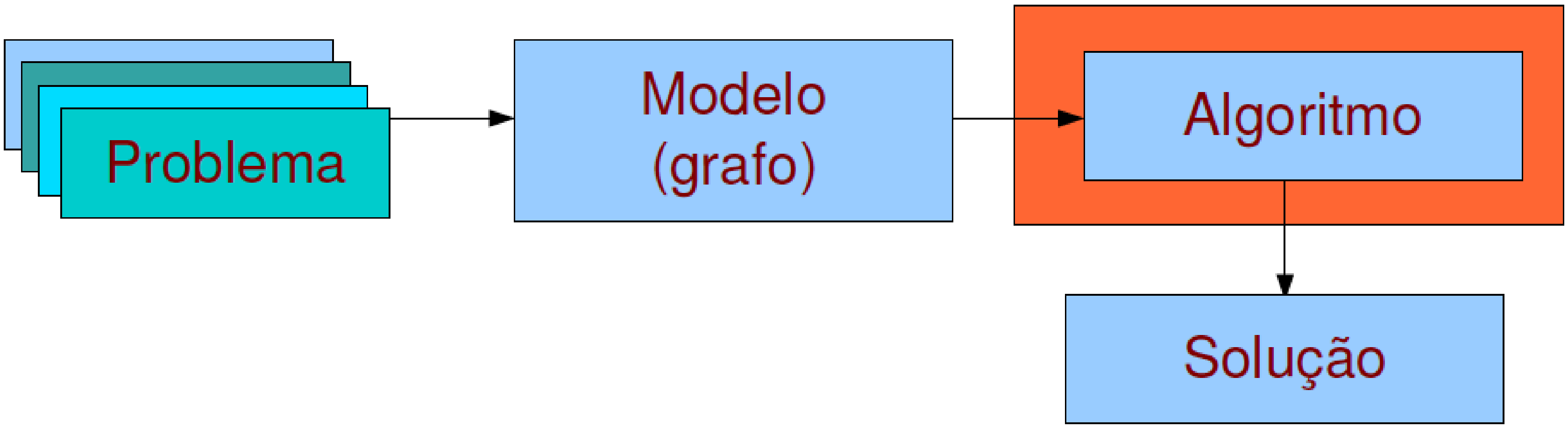
Qual o raciocínio utilizado pelo detetive para apontar o suspeito?

Planta da Casa



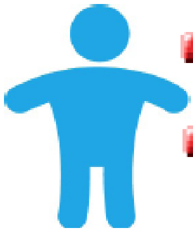
G possui trilha de Euler sse todos seus vértices possuem grau par.

Poder da Abstração

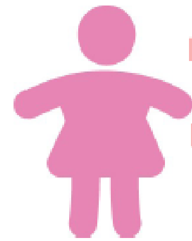


Muitos problemas resolvidos com o mesmo **algoritmo** (solução) em cima da abstração!

Formando Pares

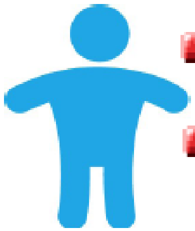


- N rapazes
- Cada rapaz declara interesse em uma ou mais moças

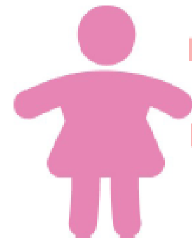


- N moças
- Cada moça declara interesse em um ou mais rapazes

Formando Pares



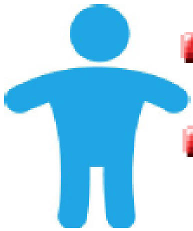
- N rapazes
- Cada rapaz declara interesse em uma ou mais moças



- N moças
- Cada moça declara interesse em um ou mais rapazes

Regra:

Formando Pares



- N rapazes
- Cada rapaz declara interesse em uma ou mais moças

- N moças
- Cada moça declara interesse em um ou mais rapazes

Regra:

➡ Casal pode "sair junto"(formar um par) se existe **interesse mútuo**

Formando Pares

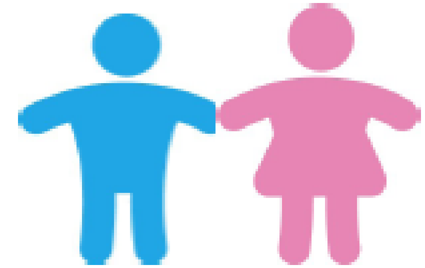
Problema 1: Dadas as escolhas dos rapazes e moças, é possível formar n casais?

Formando Pares

Problema 1: Dadas as escolhas dos rapazes e moças, é possível formar n casais?

Problema 2: Qual o número máximo de pares que podem ser formados?

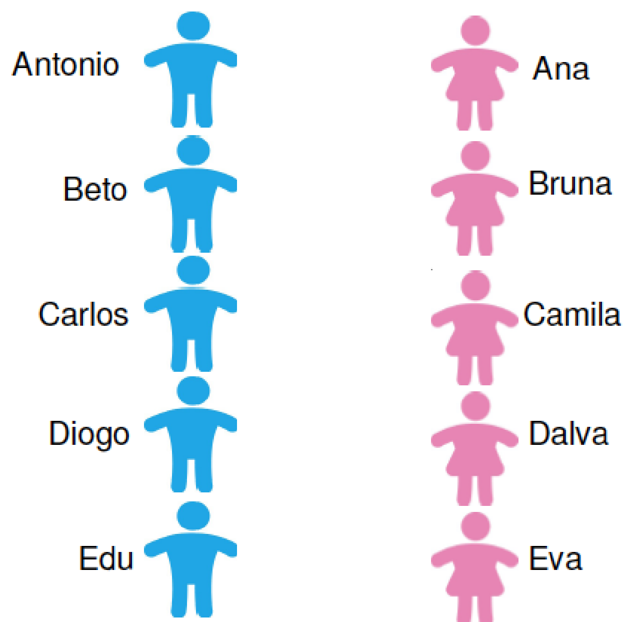
Formando Pares



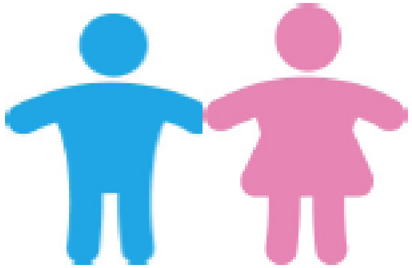
- Como abstrair o problema usando grafos?
- Objeto: Rapazes e Moças
- Relacionamento: Interesse mútuo em sair

Exemplo:

Ana e Beto têm interesse mútuo!



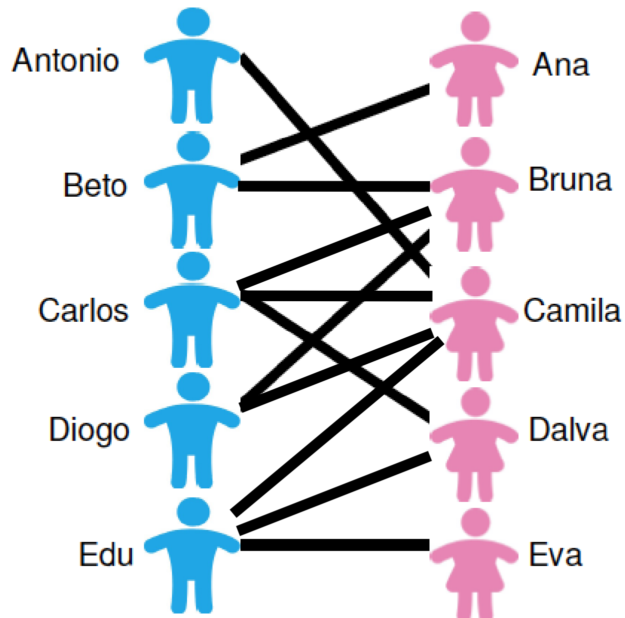
Formando Pares



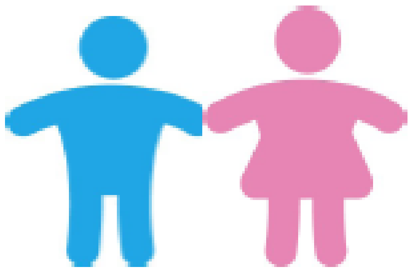
- Como abstrair o problema usando grafos?
- Objeto: Rapazes e Moças
- Relacionamento: Interesse mútuo em sair

Exemplo:

Ana e Beto têm interesse mútuo!



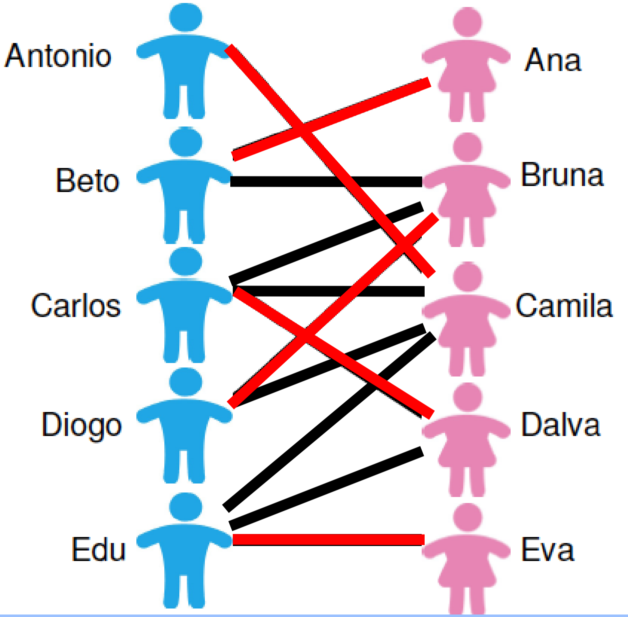
Formando Pares



- Como abstrair o problema usando grafos?
- Objeto: Rapazes e Moças
- Relacionamento: Interesse mútuo em sair

Exemplo:

Ana e Beto
têm interesse
mútuo!



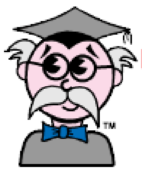
Alocação de Professores

- N professores

- M disciplinas (< N)

Regra: Cada professor leciona uma ou mais disciplinas

Alocação de Professores



- N professores

- M disciplinas (< N)

Regra: Cada professor leciona uma ou mais disciplinas

Problema 1: Dado o que cada professor pode lecionar, é possível que todas as disciplinas sejam oferecidas simultaneamente?

Alocação de Professores

- N professores

- M disciplinas (< N)

Regra: Cada professor leciona uma ou mais disciplinas

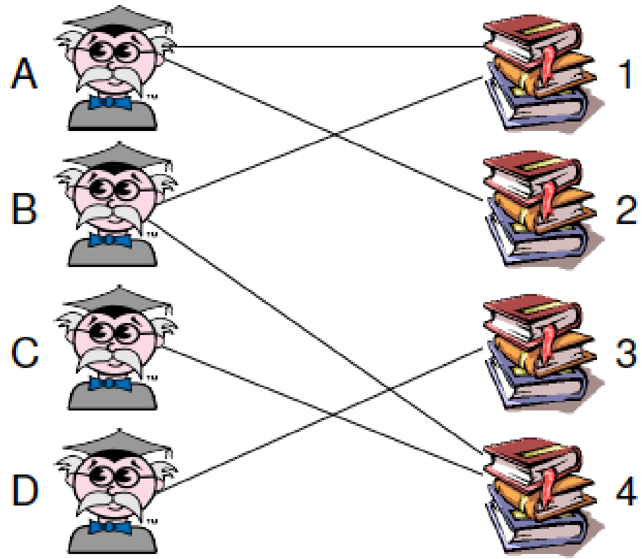
Problema 1: Dado o que cada professor pode lecionar, é possível que todas as disciplinas sejam oferecidas simultaneamente?

Problema 2: Qual o maior número de disciplinas que podem ser oferecidas?

Alocação de Professores

- Como abstrair o problema (via grafos)?

Mesma Abstração



Mesmo Algoritmo

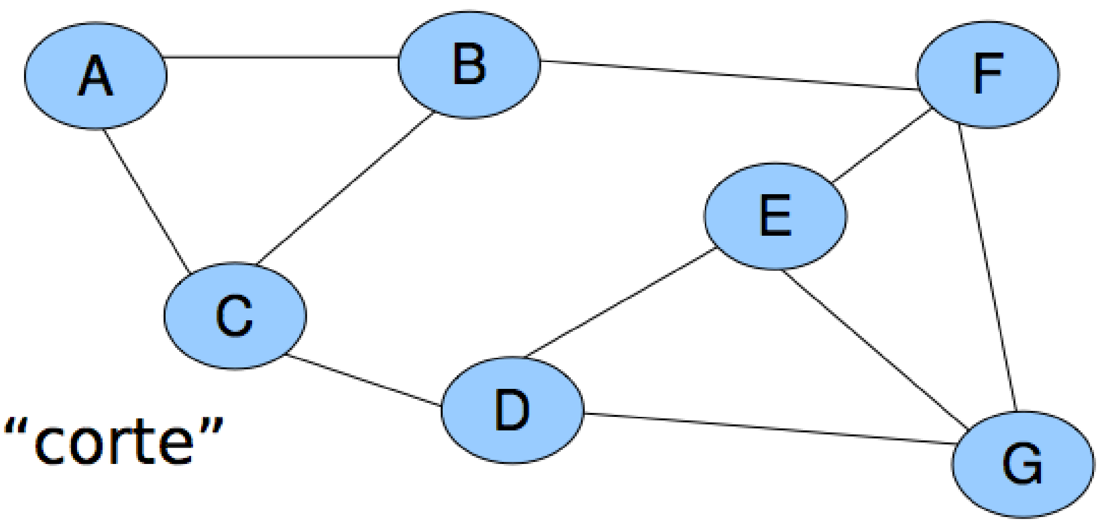
Robustez da Malha Elétrica

- Malha elétrica (distribuição de energia)
- Torres e linhas de transmissão

- Problema: Quantas linhas precisam falhar (no mínimo) para termos um apagão?
- Apagão: desconectar parte do sistema

Robustez da Malha Elétrica

- Abstração do problema via grafos
- Objetos: torres de transmissão
- Arestas: linhas entre torres



- Qual é o “corte” mínimo?

Robustez da Malha Elétrica

- Problema com milhares de torres e linhas!
- Como resolver neste caso?

Colorindo um Mapa

Mapa de Regiões (Estados)

Colorir o mapa:

- regiões vizinhas → cores diferentes

Colorindo um Mapa

Mapa de Regiões (Estados)

Colorir o mapa:

- regiões vizinhas ➡ cores diferentes

– **Problema 1:** Colorir o mapa de forma a atender à restrição

Colorindo um Mapa

Mapa de Regiões (Estados)

Colorir o mapa:

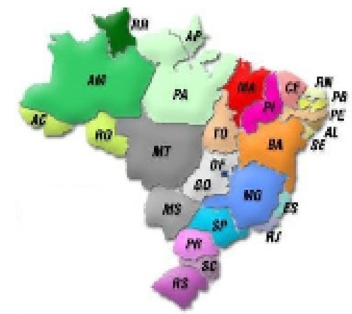
- regiões vizinhas ➡ cores diferentes

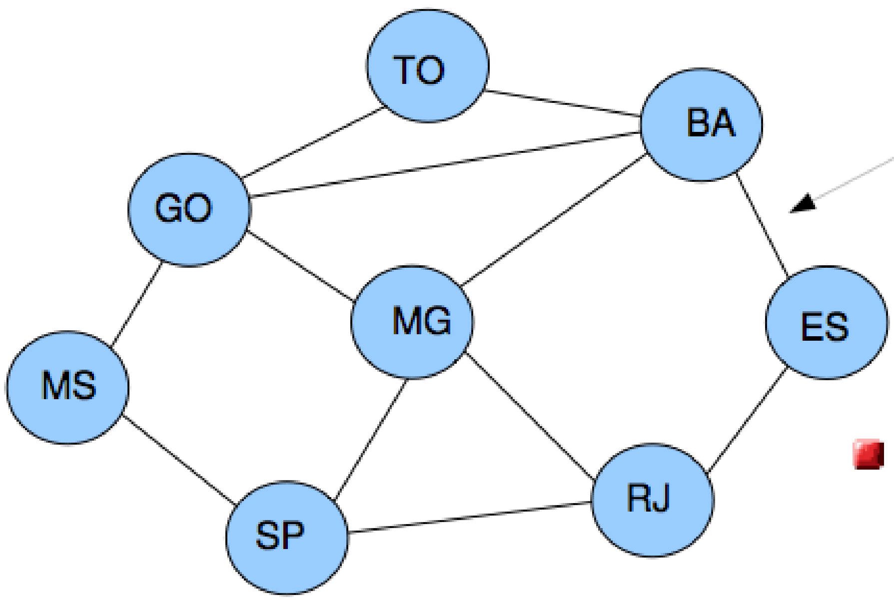
– **Problema 1:** Colorir o mapa de forma a atender à restrição

– **Problema 2:** Qual o menor no. de cores necessárias?

Colorindo um Mapa

- Abstração via grafos
- Vértices: regiões (estados)
- Arestas: duas regiões são vizinhas

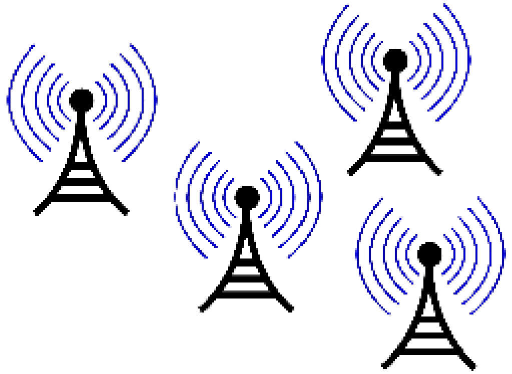




BA e ES são vizinhos

- Número mínimo de cores?

Alocação de Frequências



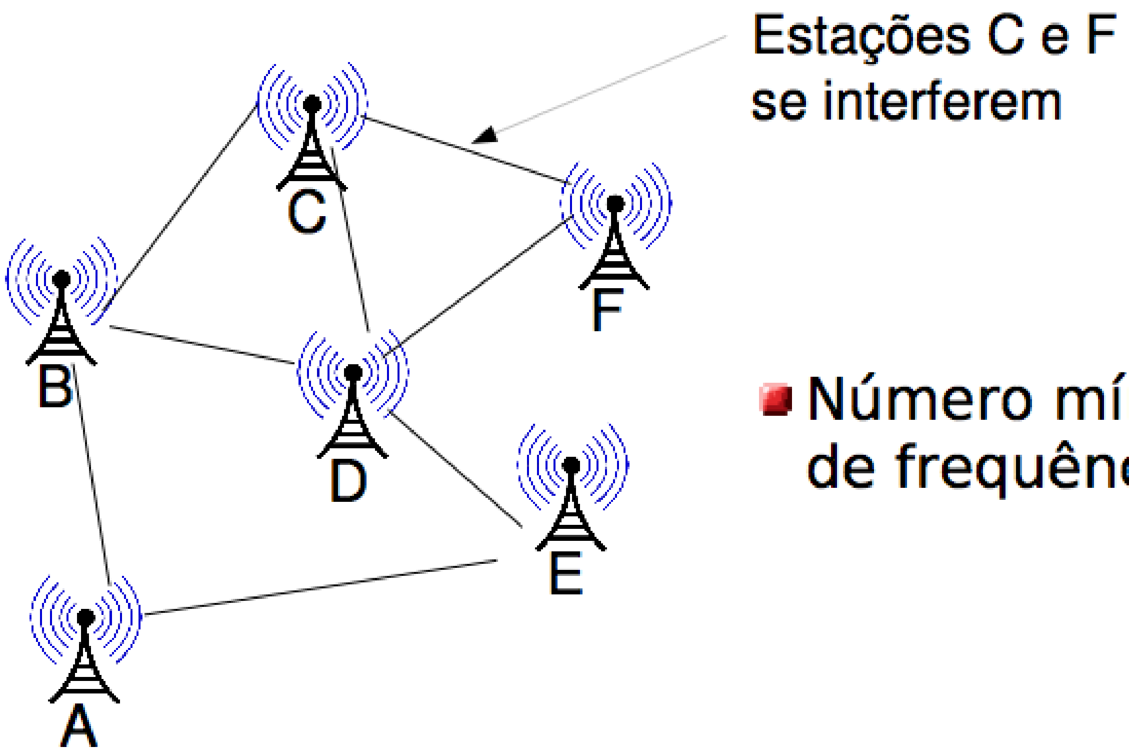
- Rede telefonia celular
  - Estações base (torre)
- Células vizinhas não podem usar mesma frequência (interferência)

Problema 1: Como alocar frequências às células?

Problema 2: Qual o menor número de frequências necessárias?

Alocação de Frequências

- Vértices: estações base
- Arestas: duas estações são vizinhas (interferem)



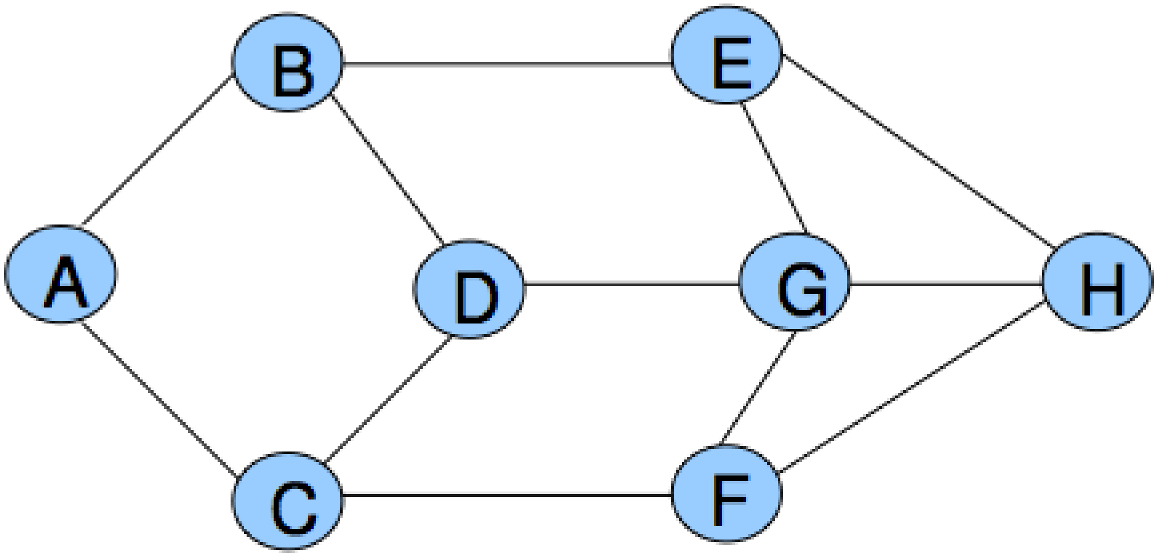
- Número mínimo de frequências?

Coloração de Grafos

- Coloração de vértices
- Dado grafo G = (V, E)
- Restrição: vértices vizinhos não possuem mesma cor
- *k-coloração*: coloração que utiliza exatamente *k* cores
  - grafo é *k-colorível*
- **Número cromático**: menor número de cores necessário colorir o grafo

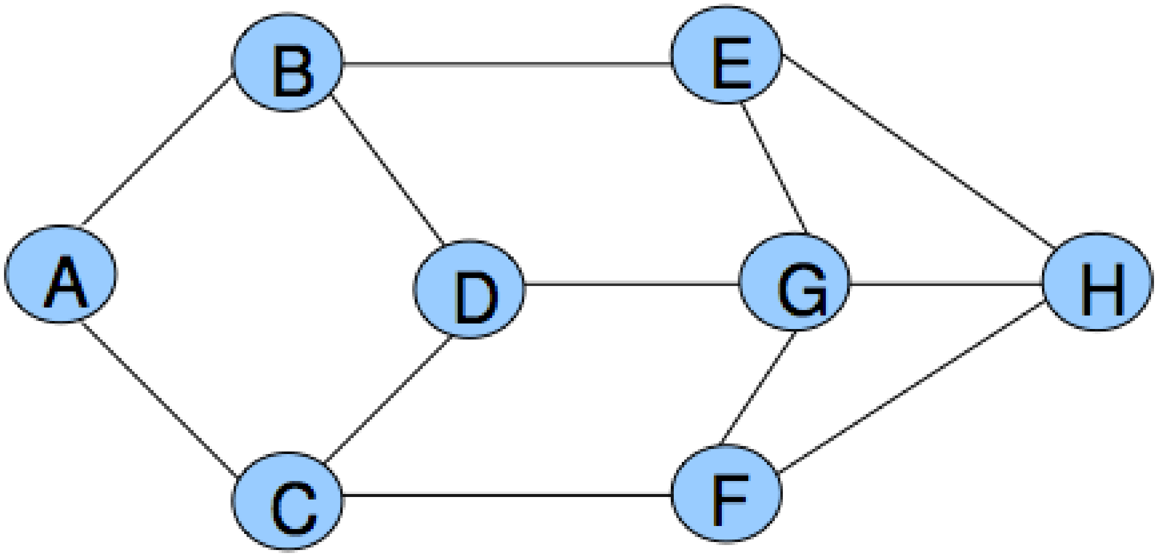
Coloração de Grafos

Exemplo



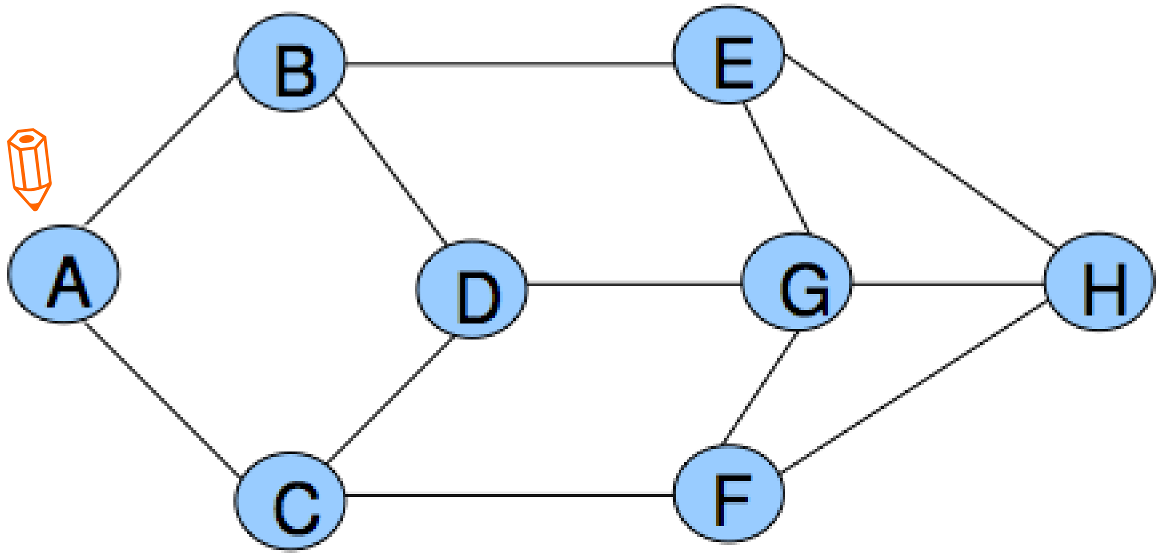
Coloração de Grafos

Exemplo



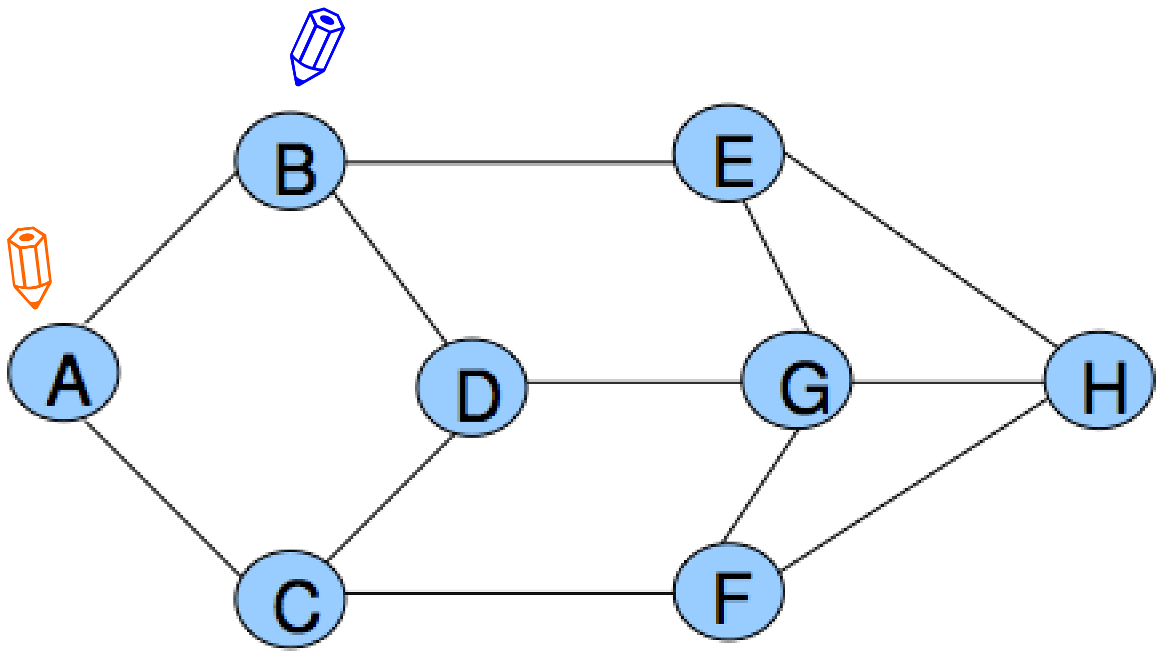
Coloração de Grafos

Exemplo



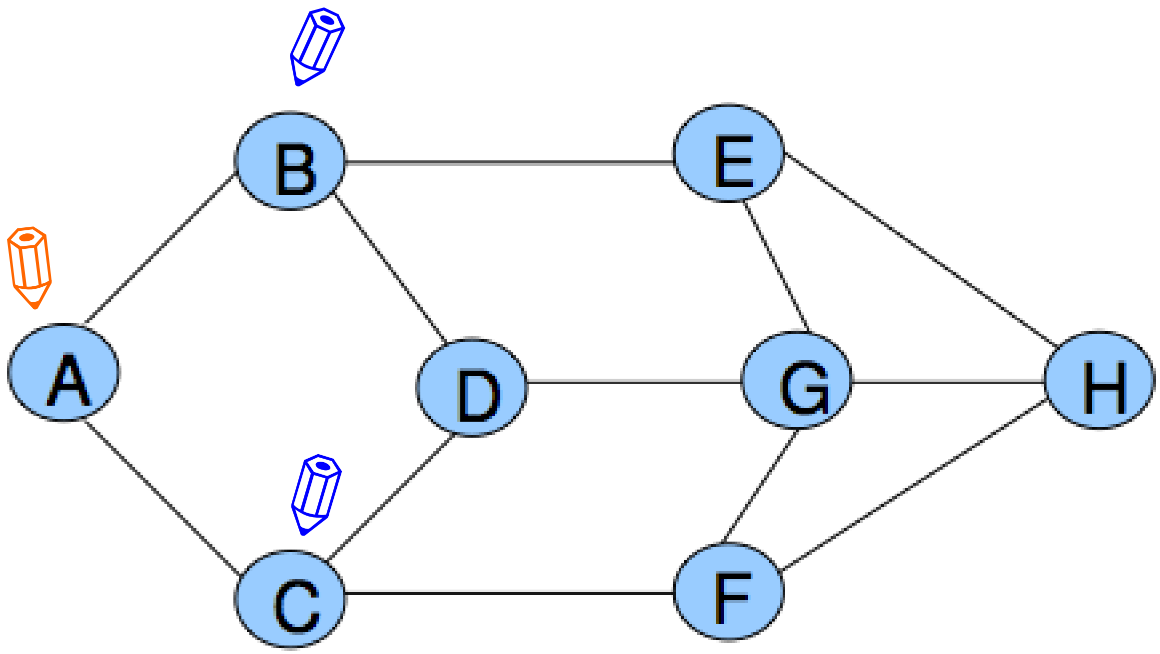
Coloração de Grafos

Exemplo



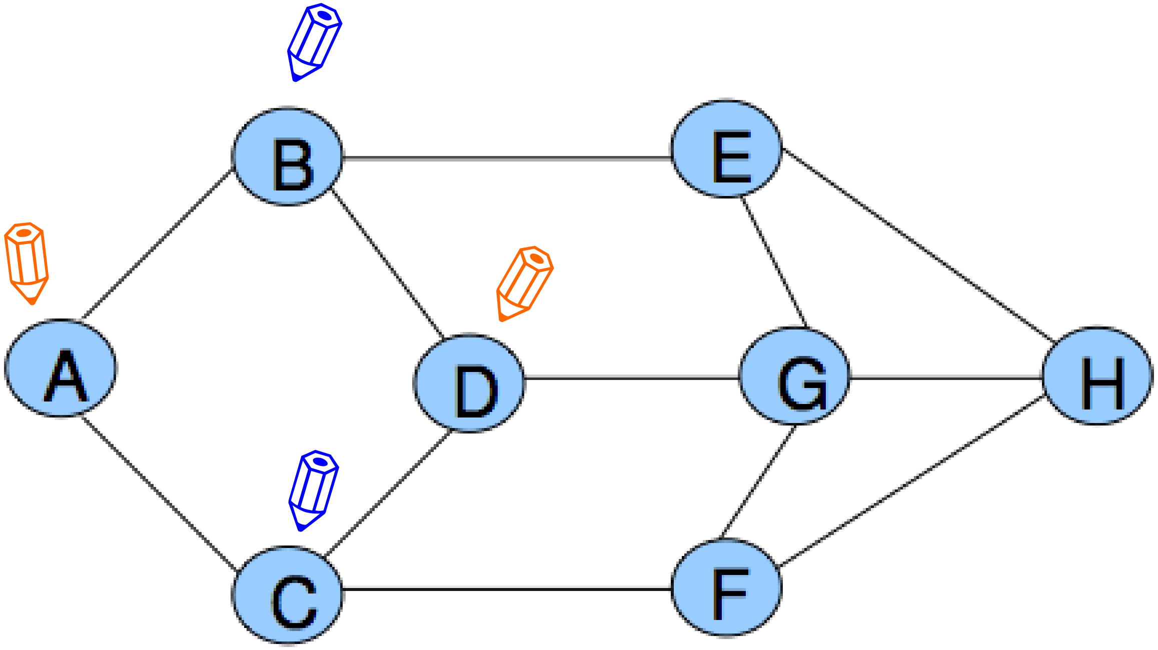
Coloração de Grafos

Exemplo



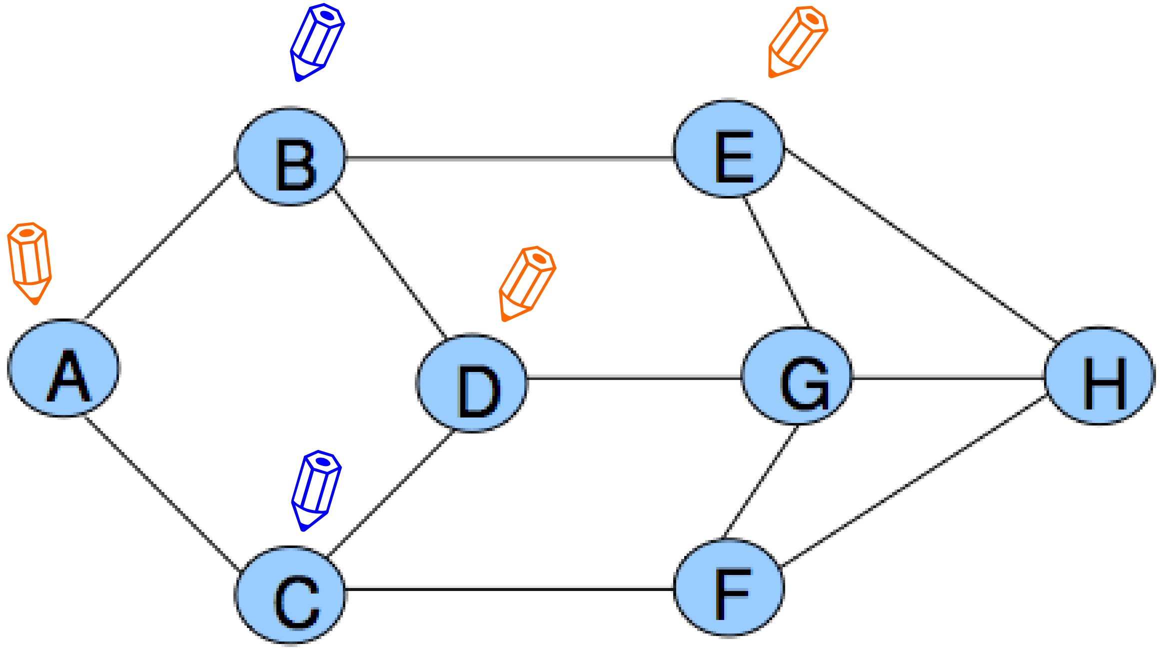
Coloração de Grafos

Exemplo



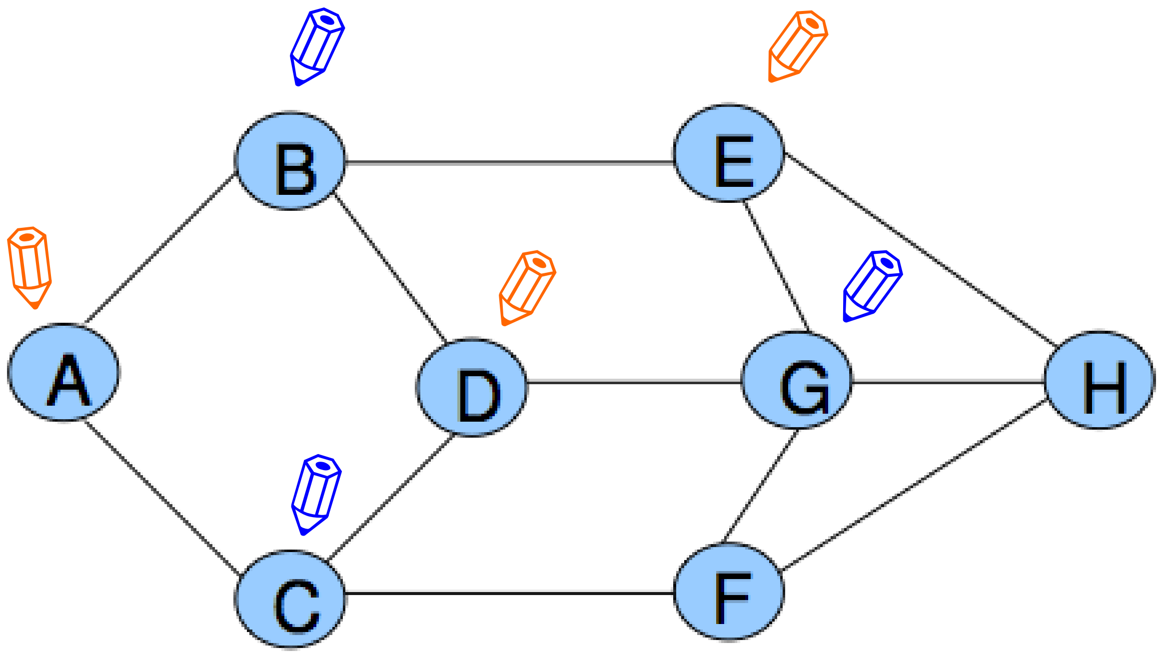
Coloração de Grafos

Exemplo



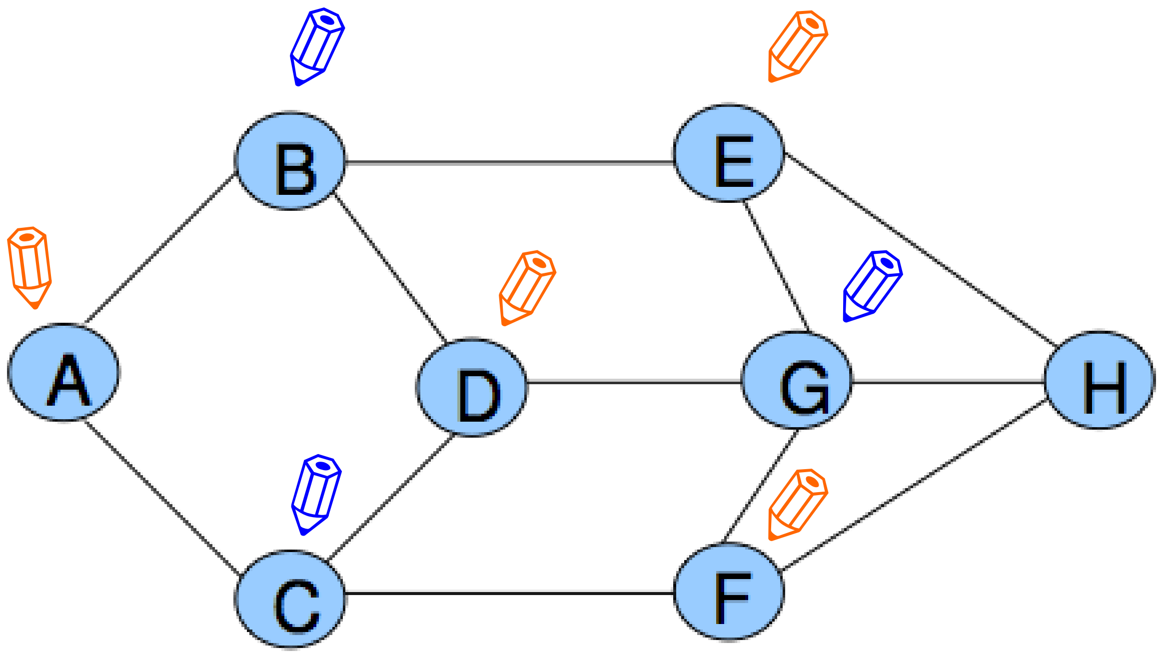
Coloração de Grafos

Exemplo



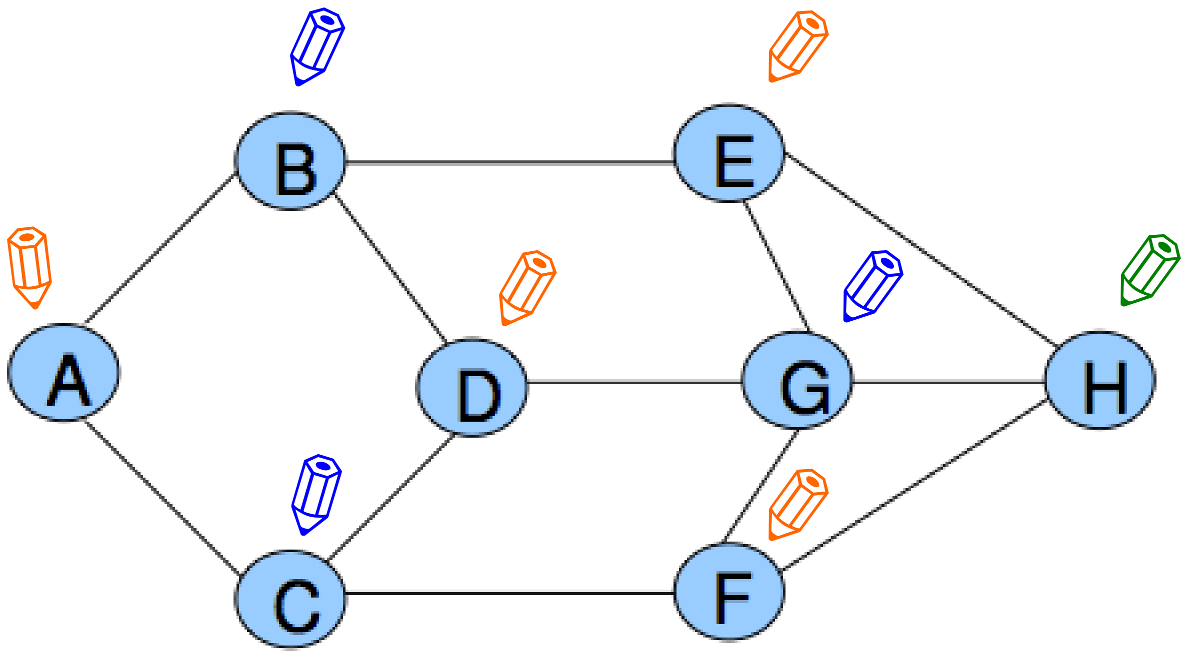
Coloração de Grafos

Exemplo



Coloração de Grafos

Exemplo

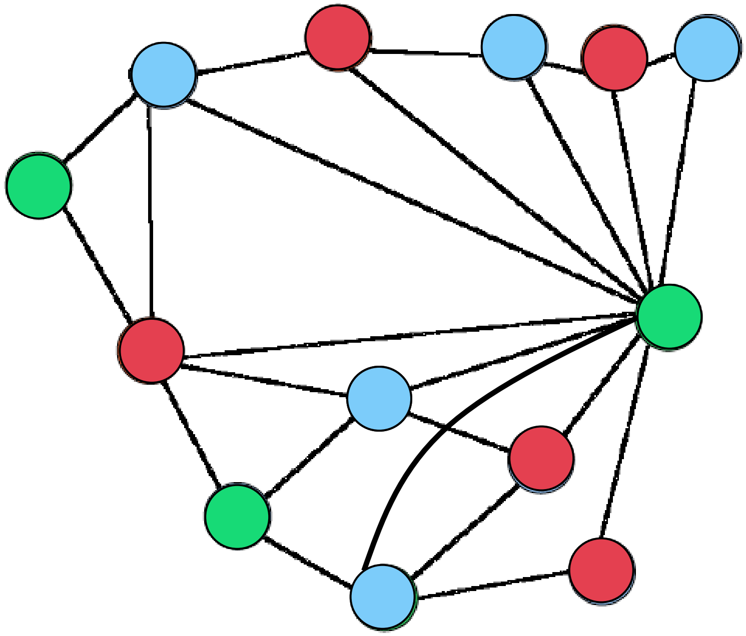


Coloração de Mapas

América do Sul

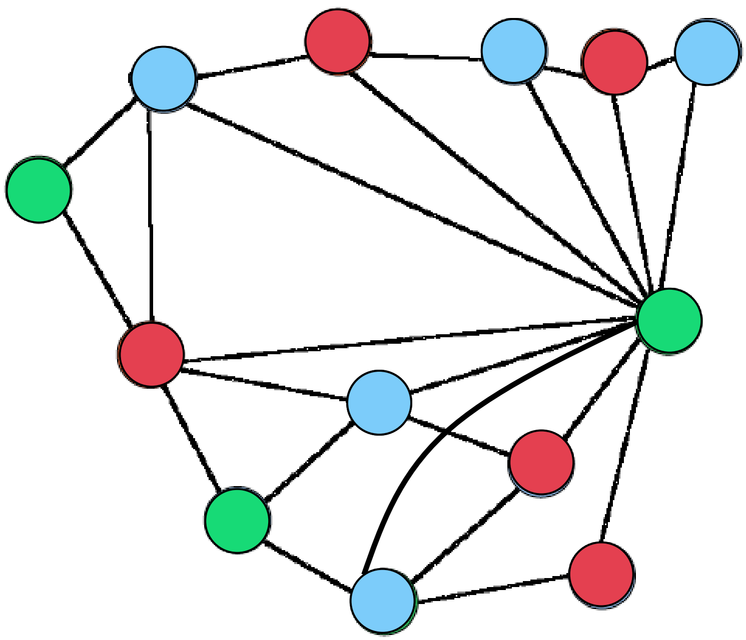
Coloração de Mapas

América do Sul



Coloração de Mapas

América do Sul



Qual o número máximo de cores necessárias para colorir um mapa?

Grafos Planares

- Definição:

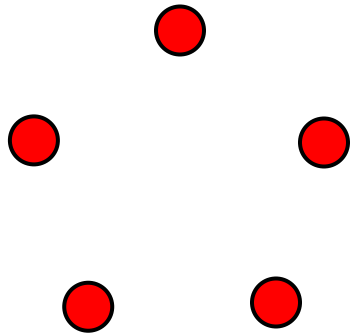
Um grafo G é dito planar se puder ser representado graficamente no plano de modo que suas arestas não se cruzem.

Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.

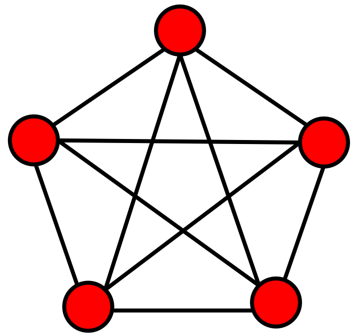
Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.



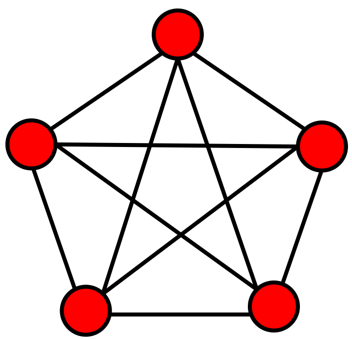
Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.



Grafos Planares

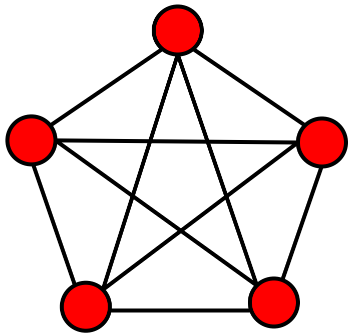
- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.



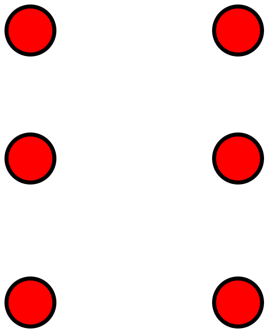
K_5

Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.

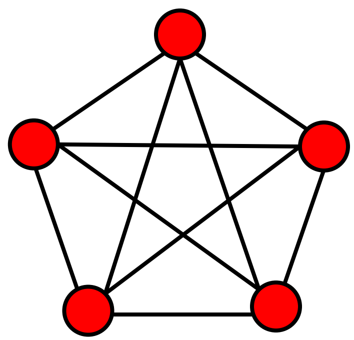


K_5

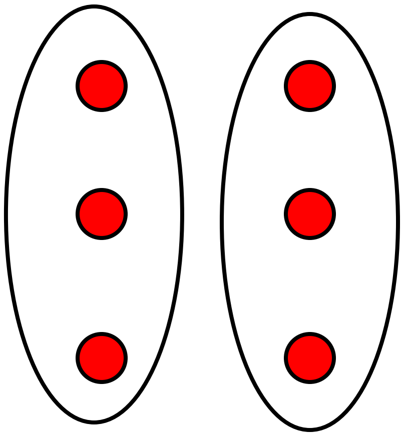


Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.

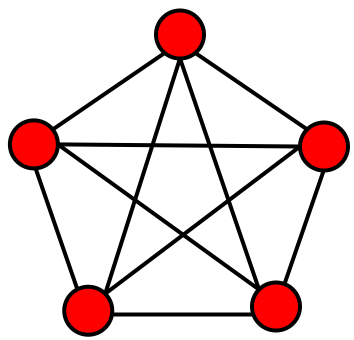


K_5

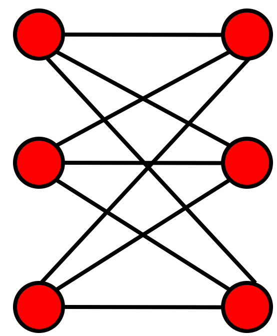


Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.

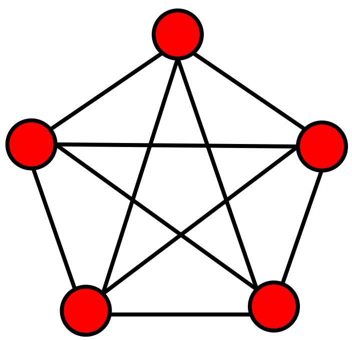


K_5

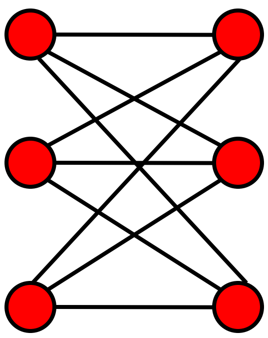


Grafos Planares

- O estudo dos grafos planares originou de dois problemas de recreação envolvendo o grafo completo K_5 e o grafo bipartido $K_{3,3}$.



K_5



$K_{3,3}$

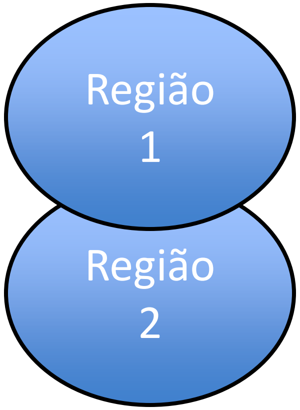
Grafos Planares

- O primeiro problema foi apresentado por A. F. Mobius por volta do ano 1840 como segue:

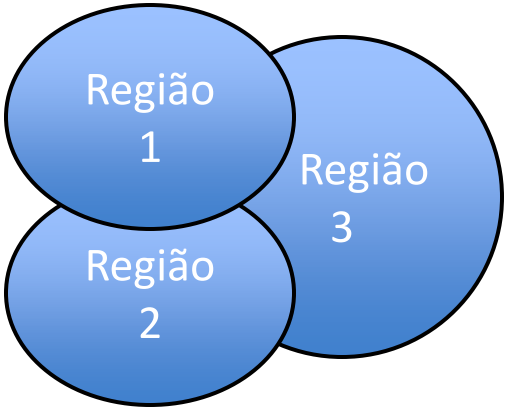
- Era um vez um Rei com 5 filhos. Em seu testamento ele desejou que, após sua morte, os seus filhos dividissem seu Reino em 5 províncias de forma que o limite de cada província tivesse uma linha fronteira comum com cada uma das outras quatro.

Grafos Planares

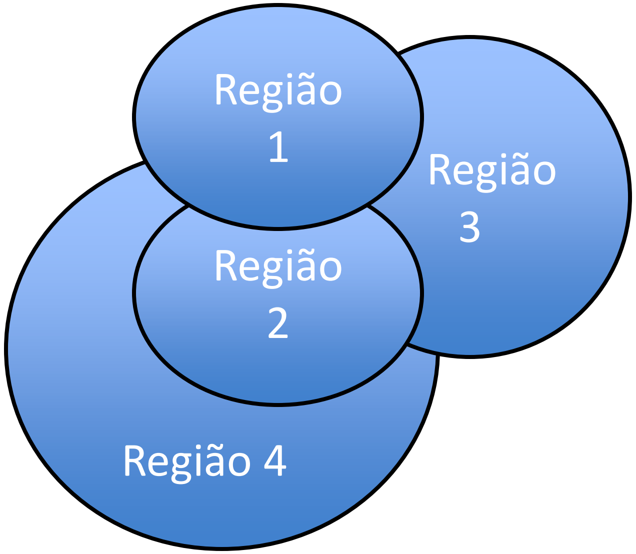
Grafos Planares



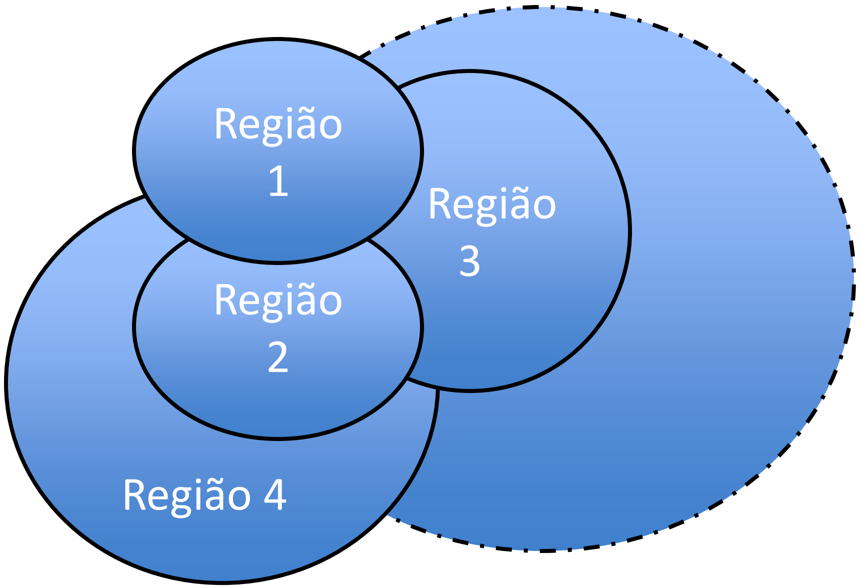
Grafos Planares



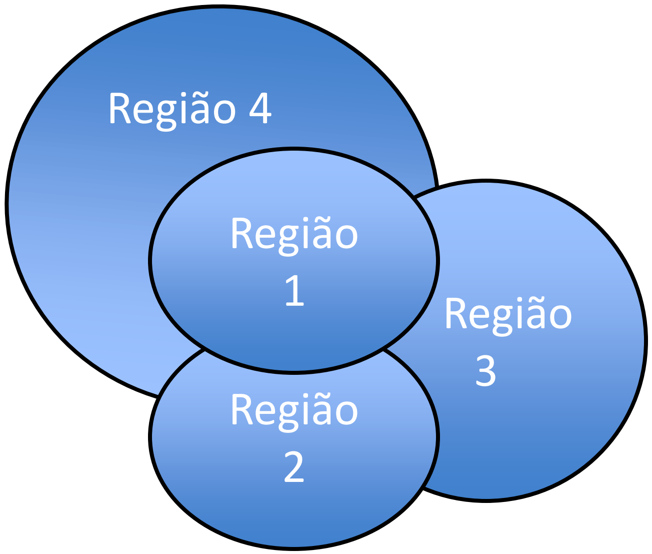
Grafos Planares



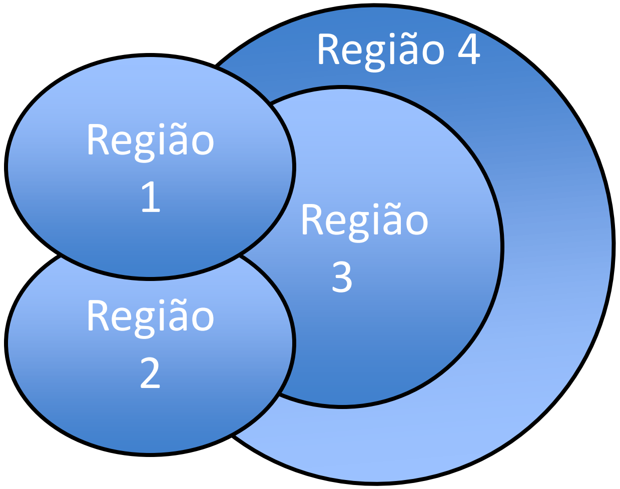
Grafos Planares



Grafos Planares



Grafos Planares



Grafos Planares

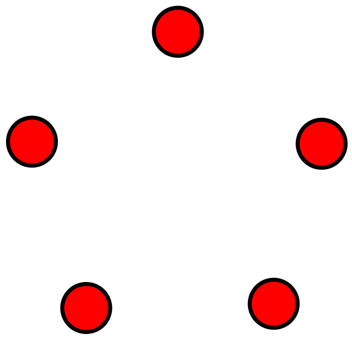
Problema: É possível desenhar 5 regiões mutualmente vizinhas no plano?

Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.

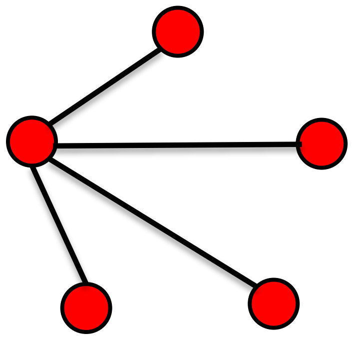
Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.



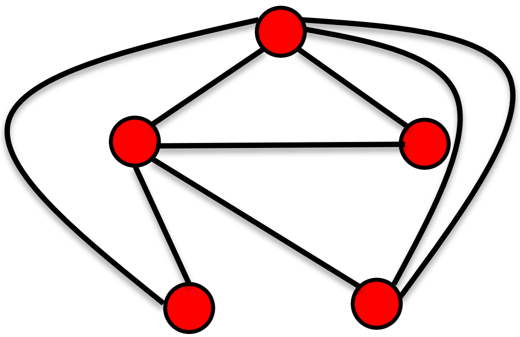
Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.



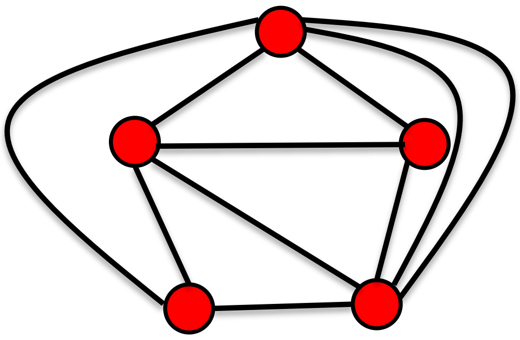
Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.



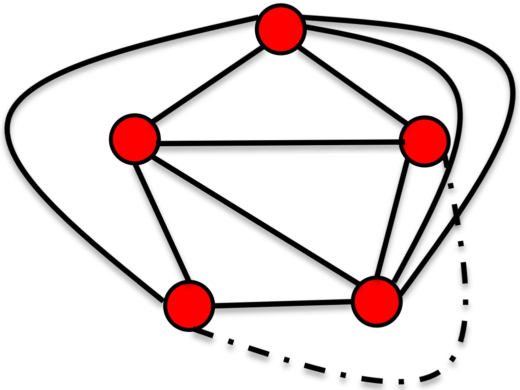
Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.



Grafos Planares

- Depois, o Rei pediu que todos os cinco irmãos unissem as capitais de cada uma de suas províncias através de estradas e que estas não deveriam se cruzar.



Grafos Planares

Problema: K_5 é um grafo planar?

Grafos Planares

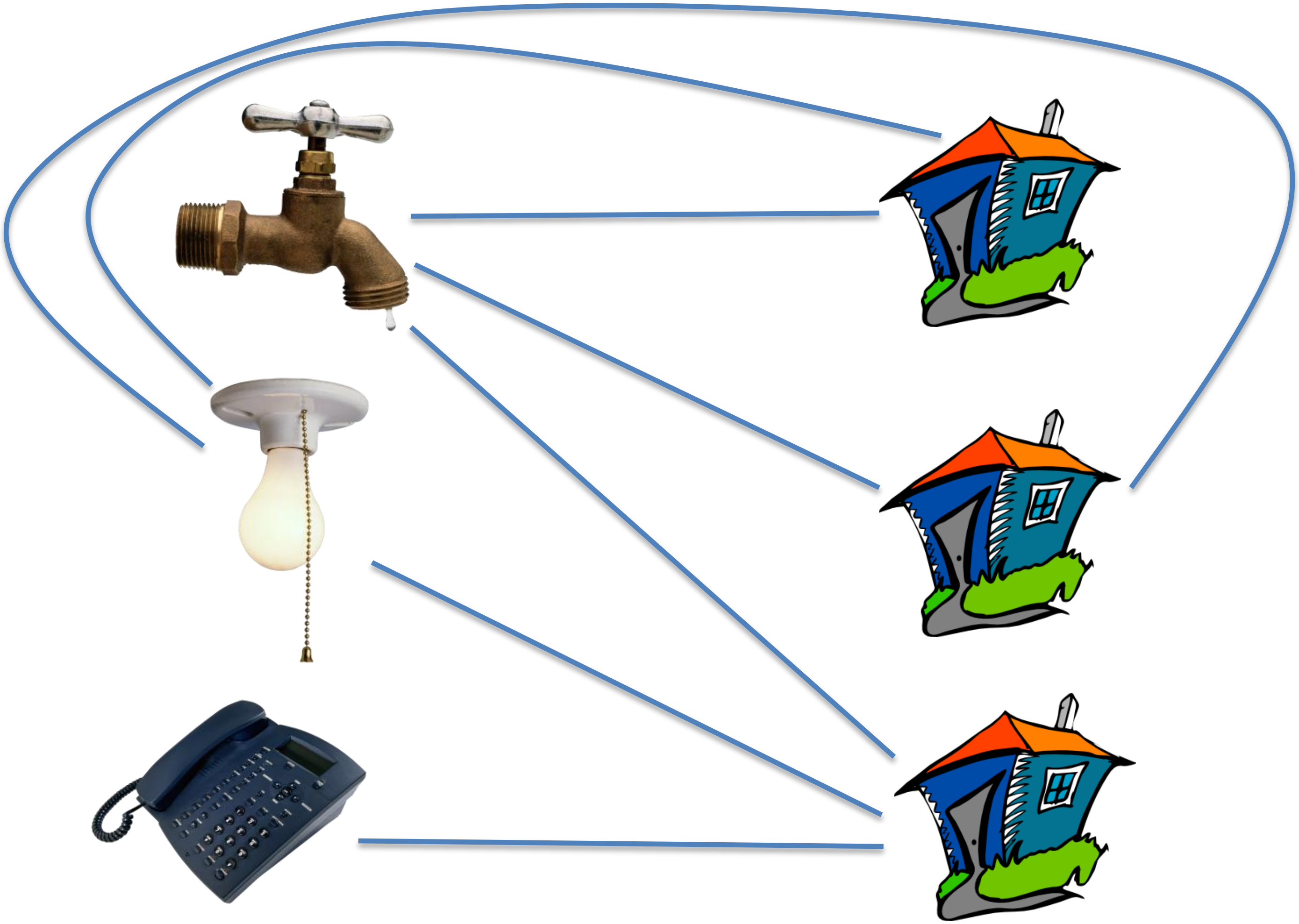
- A origem do segundo problema é desconhecida mas foi primeiramente mencionada por H. Dudeney em 1913 da seguinte forma:

- O problema consiste em fornecer água, gás e eletricidade a 3 casas sem cruzar seus “tubos”

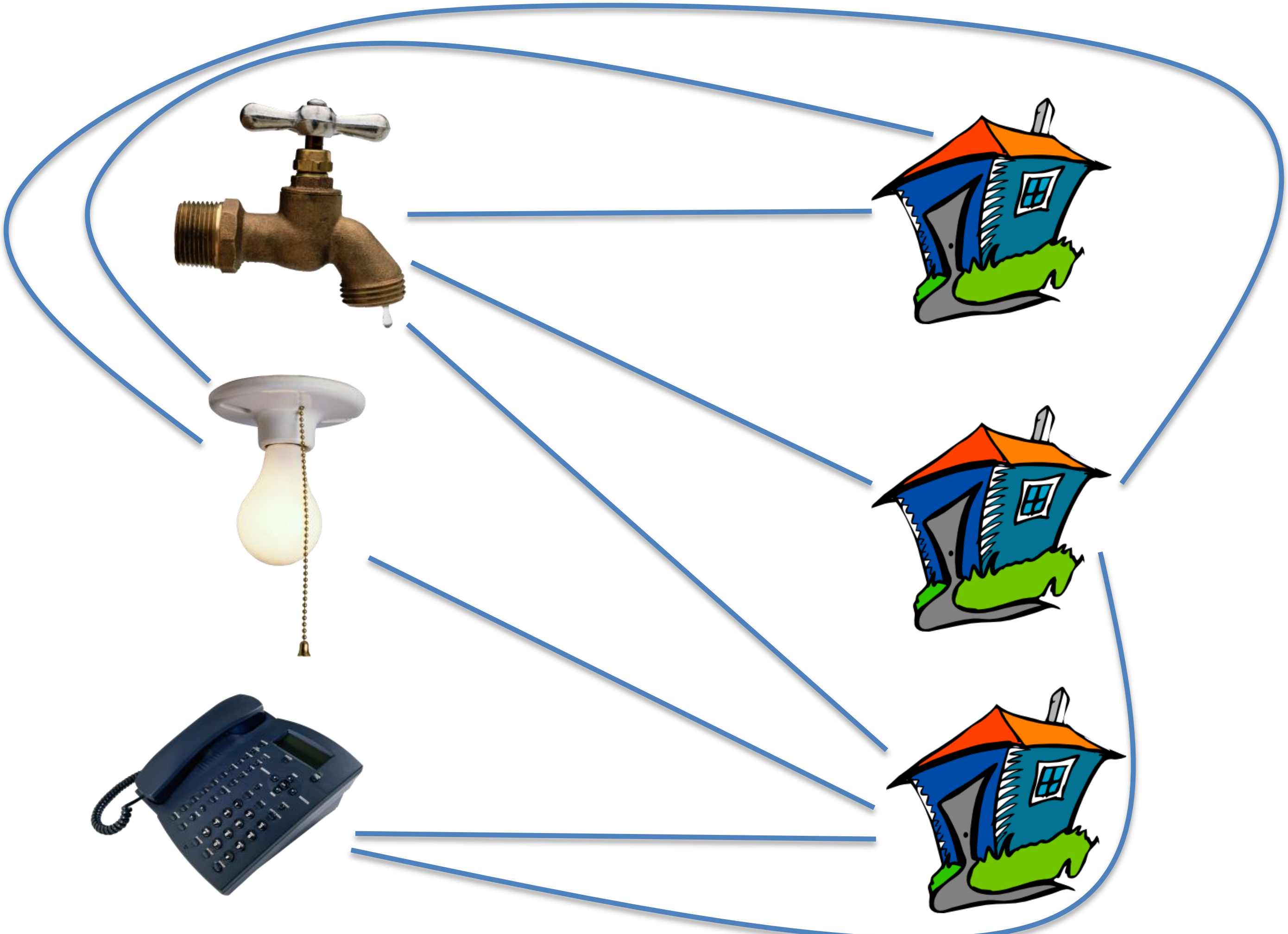
Grafos Planares

Grafos Planares

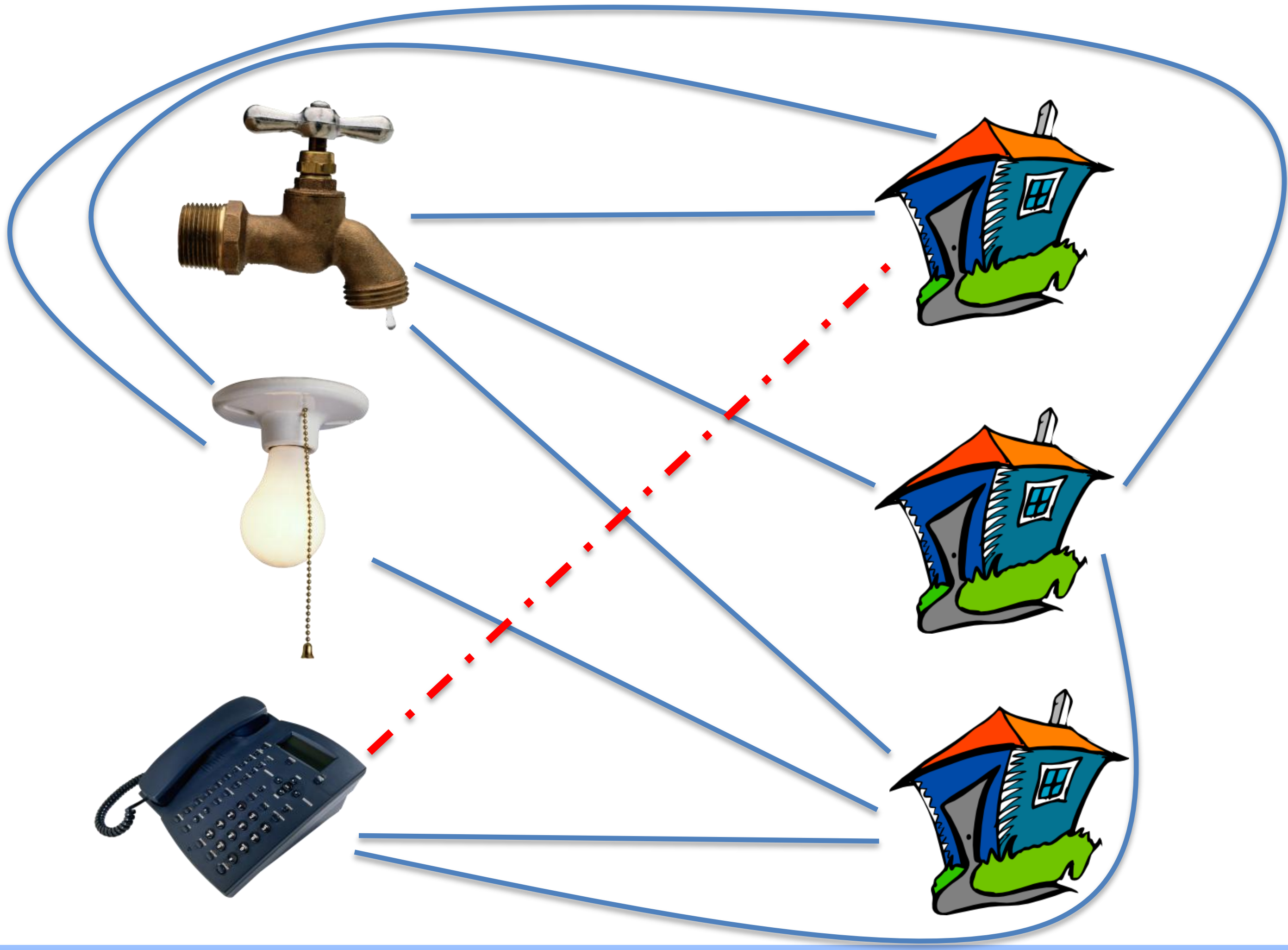
Grafos Planares



Grafos Planares



Grafos Planares



Grafos Planares

Problema: Decidir se o grafo $K_{3,3}$ é planar

- Quatro cores são suficientes para colorir qualquer mapa
- Conjectura de De Morgan em 1852
- Várias provas erradas da conjectura!
- Provado somente em 1972 por Appel, Haken e um computador
  - prova por “força bruta” mostra que não há mapa para qual 5 cores seja necessário
  - Análise de 2000 casos, via computador!
- Primeira grande prova com ajuda do computador
- Matemáticos não gostam: e se tiver bug no programa?

Motivação

- Por que estudar grafos?
  - Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento
  - Utilizados na definição e/ou resolução de problemas
  - Existem centenas de problemas computacionais que empregam grafos com sucesso.