

IC/UFF - Análise e Síntese de Algoritmos - Primeira Prova - 2011/1

Questão 1: Falso ou verdadeiro? (Justifique cuidadosamente.)

(a) (1 ponto) Seja S uma lista linear sequencial com $n > 0$ elementos, n divisível por 5. Seja M a lista das medianas de

$$S[1 \cdots 5], S[6 \cdots 10], \dots, S[n - 4 \cdots n].$$

Então, a mediana de M é a mediana de S .

(b) (1 ponto) Se as complexidades de melhor e pior caso de um algoritmo são ambas $\Theta(f(n))$, então a complexidade de caso médio também é $\Theta(f(n))$.

(c) (1 ponto) Dados n blocos de base idêntica B mas com alturas distintas h_1, \dots, h_n , onde cada h_i é um número real no intervalo $[0, 1]$, deseja-se colocá-los em caixas com base B e altura unitária, denotadas por C_1, C_2 , etc. O seguinte algoritmo guloso resolve o problema de encontrar o menor número de caixas necessárias para armazenar todos os blocos: para cada $i = 1, \dots, n$, coloque o bloco de altura h_i na caixa de menor índice que o possa comportar. (Portanto, o maior índice utilizado pelo algoritmo será o número de caixas usadas.)

(d) (1 ponto) Seja L um vetor com n elementos. Se cada elemento de L vale a ou b , pode-se ordenar L em tempo linear.

Questão 2: (2 pontos) Considere o seguinte algoritmo:

Entrada: vetor $L[1 \cdots n]$ contendo n elementos

para $i = 2 \dots n$ faça

$j \leftarrow i - 1$

enquanto $j \geq 1$ faça

se $L[j] > L[j + 1]$ então troque os elementos $L[j]$ e $L[j + 1]$ e subtraia 1 de j

Responda:

(a) O que faz este algoritmo?

(b) Qual é a complexidade assintótica de pior caso deste algoritmo?

(c) Desenhe uma entrada com $n = 4$ elementos que leva o algoritmo ao pior caso, e mostre as trocas de elementos efetuadas.

Questão 3: (2 pontos) Escreva um algoritmo de programação dinâmica para o seguinte problema: dado um polígono convexo formado a partir de $n \geq 3$ vértices colocados sobre o plano cartesiano, encontrar uma triangularização deste polígono onde a soma dos perímetros dos triângulos obtidos seja a menor possível. Denote os vértices por $1, 2, \dots, n$, e a distância entre os vértices i e j por $d(i, j)$. Qual a complexidade de seu algoritmo?

Dica: Denote por $c(i, j)$ o custo mínimo de triangularização do polígono contendo os vértices $i, i+1, \dots, j$, para $j \geq i+2$. Denote por $p(i, j, k)$ o perímetro do triângulo com vértices $i < j < k$, isto é, $p(i, j, k) = d(i, j) + d(i, k) + d(j, k)$. É claro que o objetivo do problema é calcular $c(1, n)$. Escreva uma fórmula recorrente para calcular $c(i, j)$, e deduza o algoritmo a partir desta fórmula.

Questão 4: (2 pontos) São dadas n^2 peças quadradas de dominó, para $n > 0$. Cada peça tem quatro símbolos gravados, um em cada lado. Deseja-se colocar todas as peças em um tabuleiro $n \times n$ de modo que toda peça “case” com suas vizinhas. Duas peças A e B são vizinhas se estão colocadas no tabuleiro de forma que um lado de A toca um lado de B . Ademais, A e B “casam” quando os símbolos gravados nos lados que se tocam são iguais. Escreva um algoritmo que determina um tal arranjo de peças, ou responda que ele não existe.