

UFF - Análise e Projeto de Algoritmos - Lista de Exercício - 1/2014

1. (Triangularização Ótima) Escreva um algoritmo de programação dinâmica para o seguinte problema: dado um polígono convexo formado a partir de $n \geq 3$ vértices colocados sobre o plano cartesiano, encontrar uma triangularização deste polígono onde a soma dos perímetros dos triângulos obtidos seja a menor possível. Denote os vértices por $1, \dots, n$, e a distância entre os vértices i e j por $d(i, j)$. Qual a complexidade de seu algoritmo?

Dica: Denote por $c(i, j)$ o custo mínimo de triangularização do polígono contendo os vértices $i, i + 1, \dots, j$, para $j \geq i + 2$. Denote por $p(i, j, k)$ o perímetro do triângulo com vértices $i < j < k$, isto é, $p(i, j, k) = d(i, j) + d(i, k) + d(k, j)$. É claro que o objetivo do problema é calcular $c(1, n)$. Escreva uma fórmula recorrente para calcular $c(i, j)$, e deduza o algoritmo a partir desta fórmula.

2. (Passeio Fechado de Cavalo) Este problema consiste em encontrar um passeio fechado de cavalo sobre um tabuleiro $n \times n$ ($n \geq 6$). Isto é, a casa inicial do passeio deve coincidir com a casa final. Desenvolva um algoritmo para resolver o problema utilizando a técnica de Backtracking.
3. Descrever um algoritmo de tempo polinomial para resolver o problema 2-SATISFABILIDADE. (As cláusulas têm no máximo dois literais cada uma.)
4. Uma cobertura de ciclos de um digrafo $D = (V, A)$ é um conjunto C de ciclos elementares, tal que cada vértice $v \in V$ pertence a exatamente um ciclo de C . Mostrar que o seguinte problema é NP-completo: Dado um digrafo $D(V, A)$ e um número $k \in \mathbb{Z}^+$, D possui uma cobertura de ciclos formada por k ciclos ou menos ?
5. Considere o problema de obtenção do percurso mínimo do caixeiro viajante, onde todas as distâncias são escolhidas dentre dois números inteiros a e b . Este problema está em P? É NP-completo?
6. Sejam A e B dois problemas tais que $A \in NP$ e $B \notin NP$. Então existe uma transformação polinomial de B para A se e somente se $P = NP$. Certo ou errado?
7. Considere os seguintes problemas de decisão:

- 2-SAT : Dada uma expressão booleana E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém dois literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha pelo menos um literal verdadeiro? (Sabe-se que 2-SAT pertence a P.)
- 3-SAT₁ : Dada uma expressão booleana E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha exatamente um literal verdadeiro? (Sabe-se que 3-SAT₁ é NP-completo.)
- 3-SAT₂ : Dada uma expressão booleana E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha exatamente dois literal verdadeiro?
- 3-SAT₂ : Dada uma expressão booleana E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha pelo menos dois literal verdadeiro?

Determine a que classe de complexidade pertencem os problemas 3-SAT₂ e 3-SAT₂