UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE (UFF)

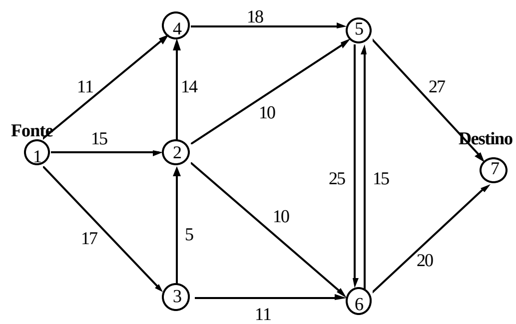
Depto. de Ciência da Computação –IC/UFF - **Prof. Carlos Martinhon**

1^a LISTA DE ALGORITMOS EM GRAFOS

01 - Considere um grafo G=(V,A) orientado e dois vértices **s** e **t** pertencentes a V. Formule um modelo de programação linear para os seguintes problemas:

i) Encontre o caminho mínimo de **s** (fonte) a **t** (destino) em G.
ii) Encontre o caminho mínimo de **s** (fonte) aos demais nós de G.
iii) Encontre o fluxo máximo de **s** a **t** em G.

02 - Considere o seguinte grafo orientado:



a) Se os valores associados aos arcos representam distâncias, encontre um caminho mínimo de do vértice 1 (fonte) aos demais nós do grafo pelo algoritmo de Dijkstra.
b) Se d(2,4) = -11 e d(2,5)= -10, encontre um caminho mínimo da origem ao destino utilizando o algoritmo de Moore-Bellman-d'Esopo.

03 - Mostre, utilizando um contra-exemplo, que o algoritmo de Dijkstra nem sempre funciona para grafos com arcos de custo negativo.

04 - Modifique o algoritmo de Floyd para detectar , caso exista, a presença de circuitos de custo negativo.

05 - Modifique o algoritmo de Dijkstra para determinação de todas os arcos presentes no caminho mínimo. **Sugestão:** Introduza um vetor de predecessores.

06 - Mostre como mapear os elementos c_{ij} de uma matriz M para uma lista L de arestas. (Construa uma função onde $f(i,j)$ representa a posição da aresta (i,j) na lista L).

07 - Suponha que o PPL abaixo possua infinitas soluções. Se o ponto (2,2) é uma solução ótima determine o valor das constantes abaixo (**Sugestão:** Represente o problema geométricamente).:

$$\max(3x_1 + x_2)$$
$$s.a \begin{cases} 4a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

08- Resolva o PPL abaixo geometricamente.

$$\max(x_1 + x_2)$$
$$\text{s.a}$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \end{cases}$$
$$(x_1, x_2) \geq 0$$

09 - Seja o seguinte conjunto de restrições lineares:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 33 \\ x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 + 3x_2 \leq 27 \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Os pontos : $A\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ e $B\begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}$ são soluções ótimas. Encontre uma função objetivo supondo o problema de minimização.

10 - Determinar todos os vértices de M = {x $\in \Re^n$ / Ax = b e x ≥ 0} caso tenhamos x = 0 como solução viável.

11 – Considere uma mochila de capacidade M (p.ex. M representa o peso máximo a ser carregado pela mochila). Considere ainda *n* objetos de custos *c*j e pesos *p*j respectivamente (p/ j=1,...,n). Suponha agora que você queira encher a mochila, respeitando obviamente a capacidade M, e maximizando o valor total dos objetos presentes em seu interior. Construa um modelo de Prog. Linear Inteira 0-1 para este problema. (**Observação:** Não serão permitidas soluções fracionárias, *i.e.,* soluções que incluam uma fração de um dado objeto).

12 – Um fazendeiro tem 200 unidades de área de terra, onde planeja cultivar trigo, arroz e milho. A produção esperada é de 1800 Kg p/ unidade de área plantada de trigo, 2100 Kg p/ unidade de área plantada de arroz e 2900 Kg por unidade de área plantada de milho. Para atender ao consumo interno de sua fazenda, ele deve plantar pelo menos 12 unidades de área de trigo, 16 unidades de área de arroz e 20 unidades de área de milho. Ele tem condições de armazenar no máximo 700.000 Kg. Sabendo que o trigo dá um lucro de 2,1 Reais por Kg, o arroz 60 centavos por Kg e o milho 28 centavos por Kg, quantas unidades de área de cada produto ele deve plantar para que o seu lucro seja o maior possível? Formule o modelo de Programação Linear.