

CAPÍTULO I

I.1 - Simbolismo e Conexionismo (Introdução):

Podemos a princípio dividir a Inteligência Artificial em duas grandes correntes denominadas: Simbolista e Conexionista.

Os simbolistas defendem que a inteligência pode ser modelada através de regras heurísticas e símbolos que implicam em uma forma sequencial e centralizada de representar o conhecimento. Este tipo de representação se identifica bastante com atividades cognitivas de *alto nível*, como a linguagem, raciocínio, solução de problemas entre outros. Dessa forma, a resolução de problemas de acordo com a visão simbolista implica em um processo algorítmico que segue naturalmente passos lógicos e aritméticos bem definidos.

Existem entretanto atividades que não são representadas de forma eficaz por essa ótica simbolista. São as chamadas atividades de *baixo nível*. Nela estamos interessados em reconhecimento de imagens, sons e padrões em geral. Os conexionistas defendem que a inteligência é processada de forma paralela (no tempo) e distribuída (no espaço) por um conjunto de elementos computacionais bastante simples denominados neurônios e que interagem entre si de forma competitiva ou cooperativa. No conexionismo a inteligência está armazenada nas conexões entre os neurônios (sinapses). Os neurônios interagem entre si de forma contínua até que um estado de equilíbrio seja alcançado. Ao final desse processo a solução de um determinado problema estará distribuída por toda a rede neuronal ou expressa apenas em um subconjunto de seus neurônios.

I.2 - Neurônios Biológicos:

Para compreendermos as características básicas de neurônios biológicos, é necessário identificar as estruturas e mecanismos fundamentais presentes no sistema nervoso, tais como : dendrito, corpo da célula, axônio, sinapses etc. A partir da observação de variações nas estruturas e comportamento dos neurônios surge um conjunto de tipos de neurônios em vez de um único tipo de neurônio, por exemplo o neurônio Purkinje do cérebro, os neurônios motores, os neurônios bipolares etc.

De modo a ilustrar as estruturas básicas e o comportamento encontrado na maioria dos tipos de neurônios no sistema nervoso dos mais variados seres, tomemos o neurônio motor como apresentado na figura abaixo:

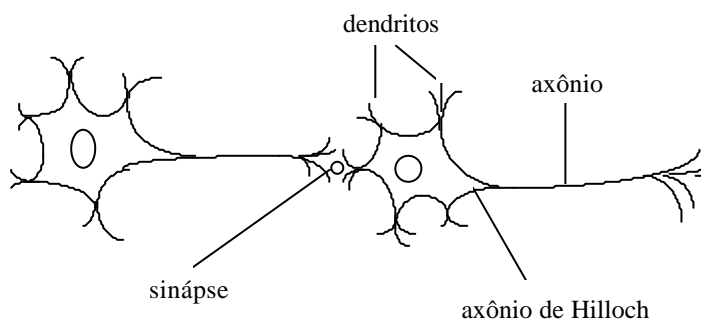


Figura I.1: Neurônios Motores

Como pode ser visto, a partir do *soma* ou também chamado corpo da célula, surgem várias ramificações que são chamadas de *dendritos*, que são responsáveis pelo processo de levar as entradas ao soma. Do corpo da célula, a partir de um ponto chamado *axônio de*

Hillock, surge um filamento comprido que é o *axônio*. Na sua extremidade, existe uma espécie de micro-ramificações, que é chamada de *arborização axonal*. Os pontos extremos da arborização axonal são chamados de *terminais do neurônio*.

Os terminais dos neurônios são conectados aos dendritos de outros neurônios. A conexão entre o terminal de um neurônio e o dendrito de outros neurônios é chamada de sinapse. Na realidade, o esquema de conexão não é só dos terminais de um neurônio para os dendritos de outros neurônios. É possível que os terminais dos neurônios sejam conectados a outros terminais do próprio ou de outros neurônios, aos dendritos do próprio neurônio, ou diretamente ao corpo da célula do próprio ou de outros neurônios, ou ainda de dendrito para dendrito. Contudo, em nosso modelo trabalharemos com conexões entre axônios e dendritos (axo-dendríticas).

O axônio pode transmitir eletricidade em ambas as direções, mas o fluxo de informação sempre vai no sentido dos dendritos para o axônio, isto porque o impulso elétrico começa no lado do axônio de Hillock.

O processo de aprendizado nos seres vivos resulta na alteração da capacidade de transmissão de informação através das sinapses, ou seja, na regulação das eficiências sinápticas.

Quando as entradas chegam ao corpo da célula, ocorre um processo de integração (soma) dos estímulos de entrada e como resultado pode ser gerado um impulso elétrico que começa no axônio de Hillock e se propaga até os terminais do axônio. O processo de produção do impulso elétrico é normalmente controlado por uma função limiar que produz uma saída, caso a soma das entradas seja maior ou igual a um dado limiar.

Este mecanismo define característica *tudo-ou-nada* dos neurônios, uma vez que, em qualquer momento, o neurônio está disparando ou não. É também aceito que pode haver "vazamento" elétrico através do axônio de Hillock. Como um neurônio pode estar conectado a vários outros, e uns contribuem para excitar os outros, para inibir a ativação do impulso, então, o processo de integração recebe uma mistura de entradas positivas e negativas. Existe um intervalo de tempo, entre dois impulsos, conhecido como período refratário, o qual o impulso não pode ser gerado e propagado até que ocorra a restauração química dentro do neurônio.

As membranas pré e pós-sinápticas (anterior e posterior às sinapses) possuem orifícios sinápticos que possibilitam a saída e entrada das substâncias químicas no neurônio, funcionando como portas ou canais. Devido a uma diferença da concentração de íons de sódio e potássio entre o interior da membrana e o exterior da membrana pré-sináptica, tem-se uma diferença de potencial de aproximadamente 70 milivolts negativos no interior em relação ao exterior da membrana. Isto porque o exterior tem cerca de 10 vezes mais íons de sódio e 10 vezes menos íons de potássio em relação ao interior da membrana. Abaixo ilustramos um gráfico onde é expresso o potencial da membrana celular medido em milivolts:

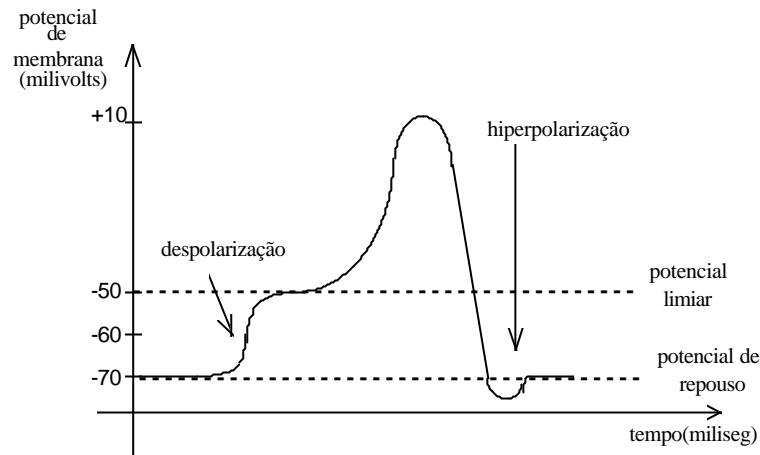


Figura I.2: Potencial da Membrana Celular

Note que a célula nervosa ao ser excitada, ocorre uma elevação no seu potencial de membrana (despolarização), que atinge um patamar denominado *potencial limiar*. Neste ponto, deflagra-se um processo físico-químico que resulta em uma elevação rápida e breve do potencial de membrana a valores positivos bem acima do limiar, denominado *potencial de ação*. Como comentado acima após o término do potencial de ação ocorre um processo de hiperpolarização, que representa o resgate das propriedades físico-químicas da membrana, resultando numa diminuição do potencial de membrana até sua chegada ao repouso. Se o neurônio é continuamente estimulado, gera-se em seu axônio uma série de potenciais de ação (trem de impulsos) numa frequência determinada pelo período refratário da célula.

Tanto a membrana pré-sináptica como a pós-sináptica controlam a entrada e saída dos íons de sódio e potássio através de um interessante processo que bombeia íons para dentro e fora da membrana através de um mecanismo conhecido como a bomba de sódio. Basicamente, este processo é controlado por canais que abrem e fecham para íons de sódio, potássio, cálcio ou os três dependendo da voltagem ou da presença de alguns transmissores químicos, assim se tem canais controlados por voltagem e canais controlados quimicamente.

I.3 - Modelagem Matemática de um Neurônio:

Definida as principais características de um neurônio biológico passemos agora para a construção de um modelo matemático que procure representa-lo de forma satisfatória. A figura abaixo mostra os principais elementos que estarão presentes em nosso modelo:

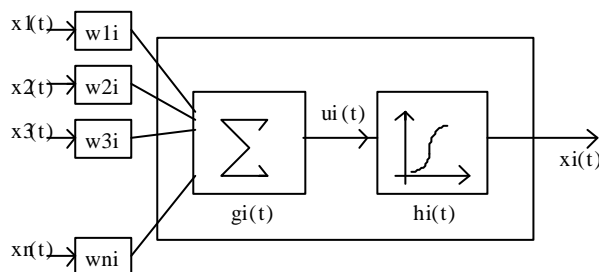


Figura I.3: Modelo Matemático de um Neurônio i

Notação:

$x_j(t)$ - estado de ativação do neurônio j

$u_i(t)$ - potencial (pós-sináptico) do neurônio i

$w_{ji}(t)$ - sinápsse entre os neurônios j e i
 $g_i(t)$ - regra de propagação
 $h_i(t)$ - função de ativação

Temos que a energia potencial do neurônio i será função dos estados de ativação dos neurônios anteriores e das correspondentes sinápses. Assim, chamaremos de *regra de propagação* a função do tipo $u_i(t) = g_i(x_j(t), W)$ onde $j=1,2,...,n$.

A partir da energia potencial $u_i(t)$ e do atual estado de ativação do neurônio i um novo estado de ativação é obtido após um período de tempo Δt (através de uma *função de ativação* $h_i(t)$) fazendo-se $x_i(t + \Delta t) = h_i(x_i(t), u_i(t))$.

Pode ser interessante saber o grau de excitação de todos os neurônios de nossa rede em um dado instante de tempo. Assim, o *padrão de atividade* $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ fornece, para um instante de tempo t os estados de ativação dos neurônios da rede neural.

As sinápses $w_{ij}(t)$ podem ser positivas, negativas, ou nulas conforme sejam respectivamente excitatórias, inibitórias ou nulas. Chamaremos de *padrão de conexões* W a uma matriz de conexões que armazena as sinápses $w_{ij}(t)$ entre todos os neurônios da rede. A obtenção de uma nova matriz de conexão provém da capacidade da rede se adequar a novas situações ou seja aprender. Modelos distintos de neurônios podem ser obtidos variando-se, por exemplo, a regra de propagação ou (e) a função de ativação do neurônio. Abaixo descrevemos alguns dos modelos que podem ser utilizados.

I.3.1 - Neurônio Linear:

Neste modelo a regra de propagação e a função de ativação são funções lineares. A regra de propagação é definida por:

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(t) \quad (1)$$

onde i representa um neurônio qualquer da rede de n neurônios.

A função de ativação é definida por:

$$x_i(t) = \mathbf{a} u_i(t) \quad (2)$$

Note que o estado de ativação do neurônio i é diretamente proporcional a sua energia potencial. Existem entretanto situações onde uma nova função de ativação se torna mais conveniente:

I.3.2 - Neurônio Lógico:

Este neurônio possui a mesma regra de propagação que o neurônio linear e sua função de ativação é definida por:

$$x_i(t) = T(y)$$

onde:

$$y = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(t) - \mathbf{q} \quad \text{e} \quad T(y) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0 \\ 0, & \text{se } y < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Este neurônio desenvolvido por McCulloch em 1943 demonstrou um comportamento mais plausível diante das necessidades computacionais. O estado de ativação $x_i(t)$ do neurônio será 1 se ele estiver excitado e 0 se estiver inibido.

Graficamente temos:

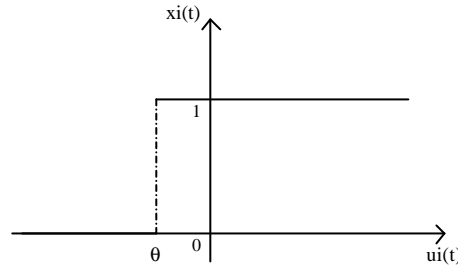


Figura I.4: Neurônio Lógico

O valor θ acima representa o potencial limiar do neurônio. Note que o neurônio i é ativado quando a energia potencial ultrapassar o potencial limiar θ . O neurônio lógico embora superior ao neurônio linear, apresenta uma descontinuidade indesejada. Definimos então o neurônio semi-linear como abaixo:

I.3.3 - Neurônio Semi-linear:

Neste modelo a regra de propagação é idêntica ao modelo linear. A função de ativação será contínua (dita sigmóide) e definida por:

$$x_i(t) = \frac{1}{1 + e^{-g(u_i - q_i)}} \quad (4)$$

onde $g \in \mathbb{R}^+$, $x_i(t) \in (0,1)$ e $q_i \in \mathbb{R}$.

Graficamente temos:

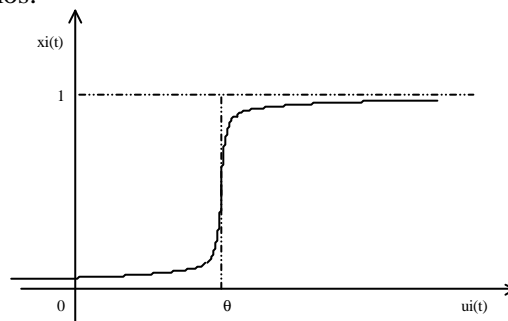


Figura I.5: Função Sigmóide

Observe que este neurônio representa de forma mais fiel os infinitos estados de ativação (entre 0 e 1) de um neurônio biológico.

I.4 - Modelo de Hopfield:

Quando conectamos todos os neurônios de uma rede surgem novas características não previstas para o modelo neuronal. Apesar de se conhecer o comportamento isolado de cada um deles o comportamento do conjunto de neurônios se torna, por vezes, imprevisível. Esperamos que ao final de um impulso de entrada inicial a rede excitada chegue a um estado de equilíbrio (ou repouso).

Fazendo uma analogia com a mecânica estatística Hopfield formulou em 1982 uma rede neuronal com importantes características computacionais e de estabilidade. Associamos a imagem de uma função de energia a um impulso inicial (no domínio) que decresce dinamicamente a medida que o sistema evolui para um estado de equilíbrio. Neste estado a energia computacional será nula.

I.4.1 - Modelo Lógico de Hopfield:

Neste modelo Hopfield trabalha com os neurônios lógicos de McCulloch. Supõe que a comunicação entre os neurônios se processa de forma instantânea e recíproca. Assim, se o neurônio N_i fornece impulsos para o neurônio N_j , o neurônio N_j também enviará impulsos (de forma simultânea) para o neurônio N_i . Supomos também que o padrão de conexões W é simétrico, ou seja $w_{ij} = w_{ji} \quad \forall i e j$.

Como trabalhamos com um neurônio lógico a regra de propagação será dada pela equação (3). Assim, se: $u_i(t) = \sum_j w_{ij}x_j(t) \geq q_i$ teremos $x_i(t) \leftarrow 1$, caso contrário $x_i(t) \leftarrow 0$. O potencial limiar do neurônio i é dado por q_i .

Passemos agora a discussão da obtenção da função de Energia Computacional ou função de Lyapunov.

Seja $\Delta x_i(t) = x_i(t + \Delta t) - x_i(t)$, a variação do estado de ativação do neurônio i em um período de tempo Δt e $y_i = \sum_j w_{ij}x_j(t + \Delta t) - q_i$ a diferença entre a energia potencial do neurônio i e seu potencial limiar em um instante $t + \Delta t$. Note que para qualquer variação de $\Delta x_i(t)$ teremos sempre $p_i = -\Delta x_i \cdot y_i \leq 0$. De fato, se $\Delta x_i(t) = 1$ então $y_i > 0$, se $\Delta x_i(t) = -1$ teremos um decréscimo no potencial ($y_i < 0$), o caso $\Delta x_i(t) = 0$ é trivial, assim segue que para qualquer variação de $\Delta x_i(t)$ teremos sempre $p_i \leq 0$.

Fazendo $E_i(t + \Delta t) - E_i(t) = \Delta E_i = p_i$, teremos sempre um decréscimo da função de energia em relação a um neurônio i qualquer. Assim a variação total será dada por $\Delta E(t) = \sum_i \Delta E_i(t)$. Concluimos então que a energia total da rede será dada por:

$$E(t) = \int \sum_i \Delta E_i(t)$$

Após sua integração teremos:

$$E(t) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}x_i(t) \cdot x_j(t) + \sum_{i=1}^n q_i x_i(t)$$

onde n é o número de neurônios da rede.

Note que a função de energia define uma função não-linear $E: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$. A medida que nossa rede neuronal evolui no tempo buscamos atingir simultaneamente seu mínimo de energia. Teremos chegado então à estabilidade da rede (ponto de equilíbrio).

I.4.2 - Modelo Analógico de Hopfield:

Neste modelo definimos uma nova regra de propagação para o neurônio semi-linear. Além da continuidade das respostas do neurônio semi-linear buscamos uma modelagem das características capacitativas da membrana celular.

Analogamente ao modelo lógico trabalharemos aqui com sinapses simétricas $w_{ij} = w_{ji}$.

A nova regra de propagação considera o fato de que neurônios biológicos possuem atrasos de tempo integrados devido a capacitância da membrana celular. Assim:

$$C_i \cdot \frac{du_i(t)}{dt} = \sum_j w_{ij}x_j(t) - \frac{u_i(t)}{R_i} \quad (5)$$

onde $u_i(t) = s^{-1}(x_i) = \frac{-1}{g} \cdot \ln\left(\frac{1}{x_i} - 1\right) + q_i$ (inversa da função sigmóide). A constante

C_i representa a capacitância e R_i a resistência da membrana celular. Observe por exemplo, que quanto maior a resistência R_i da membrana teremos uma menor perda da energia potencial

presente no interior da célula. Note também que a variação do potencial será menor a medida que aumentamos a capacitância. Dessa forma buscamos modelar de forma mais fiel o comportamento do neurônio biológico.

Definida a regra de propagação como obter agora a função de energia computacional?

Note que, analogamente ao modelo lógico, $\frac{du_i(t)}{dt} \cdot \frac{dx_i(t)}{dt} > 0$ (verificação trivial). Assim:

$$-C_i \frac{du_i(t)}{dt} \cdot \frac{dx_i(t)}{dt} < 0$$

Definindo $p_i = -C_i \frac{du_i(t)}{dt} \cdot \frac{dx_i(t)}{dt}$ como candidato a derivada da energia do neurônio **i** em relação a **t** temos:

$$\frac{dE_i(t)}{dt} = -C_i \frac{du_i(t)}{dt} \cdot \frac{dx_i(t)}{dt} \quad (6)$$

Substituindo (5) em (6) temos:

$$\frac{dE_i(t)}{dt} = \left(-\sum_j w_{ij} x_j(t) + \frac{u_i}{R_i} \right) \frac{dx_i(t)}{dt} < 0$$

Ou ainda:

$$dE_i = \left(-\sum_j w_{ij} x_j(t) + \frac{u_i}{R_i} \right) dx_i$$

$$E_i = \int \sum_j w_{ij} x_j dx_j + \int \frac{u_i}{R_i} dx_i$$

$$E_i = \frac{-1}{2} \sum_j w_{ij} x_i x_j + \frac{1}{R_i} \int s^{-1}(x_i) dx_i$$

Assim a função de energia computacional da rede será dada por:

$$E = \frac{-1}{2} \sum_i^n \sum_j^n w_{ij} x_i x_j + \sum_i^n \frac{1}{R_i} \int_0^{x_i(t)} s^{-1}(x_i) dx_i \quad (7)$$

$$\text{onde } s^{-1}(x_i) = \frac{-1}{\mathbf{g}} \cdot \ln \left(\frac{1}{x_i} - 1 \right) + \mathbf{q}_i$$

A topologia de uma rede neural de Hopfield pode ser expressa como abaixo (fig. I.6) onde o padrão de conexões **W** é simétrico (ou seja $w_{ij} = w_{ji}$):

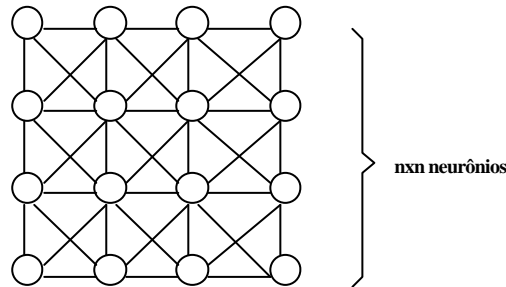


Figura I.6: Topologia da Rede Neural de Hopfield

Para qualquer par de neurônios **i** e **j** da rede teremos sempre uma ligação com sinápses w_{ij} entre eles. Obviamente (por motivo de espaço) não estão representadas todas as conexões na figura I.6.

Para excitarmos nossa rede tomamos um padrão de atividade inicial $x^0(t) = (x_1^0(t), x_2^0(t), \dots, x_n^0(t))$ (onde n é o número de neurônios) que evolui dinamicamente no tempo. Após um período de tempo Δt teremos chegado a um novo padrão de atividade. Note entretanto que o padrão de atividade é função da energia potencial e do potencial limiar de cada neurônio, ou seja:

$$x_i(t) = \frac{1}{1 + e^{-g(u_i - q_i)}}$$

onde $g \in \mathbb{R}^n$.

Assim $u^0(t) = (u_1^0(t), u_2^0(t), \dots, u_n^0(t))$ e $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ devem ser dados primeiramente com o fim de inicializar o processo. Para facilitar a visualização um nova topologia é apresentada equivalente a Figura I.6:

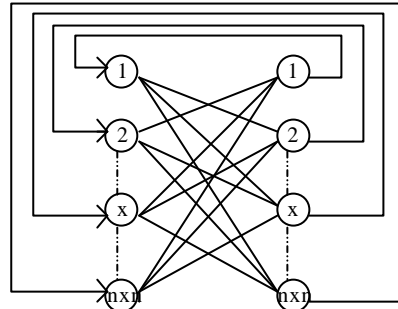


Figura I.7: Rede Neural de Hopfield

Nesta figura todos os $n \times n$ neurônios de nossa rede estão duplicados em duas colunas representando um padrão de ativação inicial (coluna esquerda) e o padrão de atividade final (coluna direita) obtido após um período de tempo Δt . Note entretanto que as duas colunas se comunicam mutuamente devido a um sistema de feedback entre elas.

Obtido o estado de ativação inicial, a capacitância, a resistência e a energia potencial de cada neurônio, obtemos a variação da energia potencial (neste neurônio) através da regra de propagação:

$$\frac{du_i(t)}{dt} = \frac{1}{C_i} \cdot \sum_j w_{ij} x_j(t) - \frac{u_i(t)}{R_i} \quad (8)$$

onde $i=1,2,\dots,n$

Se fazemos uma simulação (implementação em máquina digital) da rede de Hopfield, uma nova camada (oculta) de neurônios é obtida fazendo-se:

$$u_j(t) \leftarrow u_j(t) + \Delta t \cdot \frac{du_j(t)}{dt}$$

Obtemos novamente um novo padrão de atividade através da função sigmóide e repetimos o processo. Note entretanto que em implementações analógicas a obtenção de uma nova energia potencial $u_j(t)$ é obtida integrando-se a equação diferencial (8) acima!

Abaixo visualizamos os passos executados pela rede de Hopfield através da simulação em uma máquina digital:

Algoritmo: Hopfield Simulado;

Dados: $C_i, R_i, e, \Delta t, q;$

Início

para j:=1 **até** nxn **faça**

$u_j(t) \leftarrow 0;$ {inicializa com zero a energia potencial}

$\frac{du_j(t)}{dt} \leftarrow 0;$ {inicializa camada oculta}

fim para;

repita

para i:=1 **até** nxn **faça**

$u_i \leftarrow u_i + \Delta t \cdot \frac{du_i}{dt};$

$x_i(t) \leftarrow \left(1 + e^{-g(u_i - q_i)}\right)^{-1};$ {obtem novo estado de ativação}

fim;

Calcula: $\frac{du_i}{dt} \leftarrow \frac{1}{C_i} \cdot \sum_j w_{ij} x_j - \frac{u_i}{R_i};$ {camada oculta}

Calcula: $\left\| \frac{du(t)}{dt} \right\|$

Até que $\left\| \frac{du(t)}{dt} \right\| < \epsilon$

imprime padrão de ativação final;

fim.

É importante lembrar, que ao final do processo, o neurônio **i** estará excitado se $x_i(t) \geq 0,5$ e nulo se $x_i(t) < 0,5$. A rede atinge seu equilíbrio quando a variação da energia potencial for aproximadamente zero, ou seja $du_i / dt \approx 0$. O valor de ϵ (dado de entrada) define a precisão desejada.

Resumindo, dado um instante de tempo t , obtemos uma energia potencial para cada neurônio da rede, ou seja $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$ onde n é o número total de neurônios. Através da função sigmóide obtemos $x(u(t)) = (x_1(u_1(t)), x_2(u_2(t)), \dots, x_n(u_n(t)))$ (padrão de atividade). Assim, a energia computacional será uma função do tipo $E = E(x(u(t)))$, que decresce a medida que o tempo aumenta.

Geometricamente podemos visualizar as iterações de nosso algoritmo da seguinte forma:

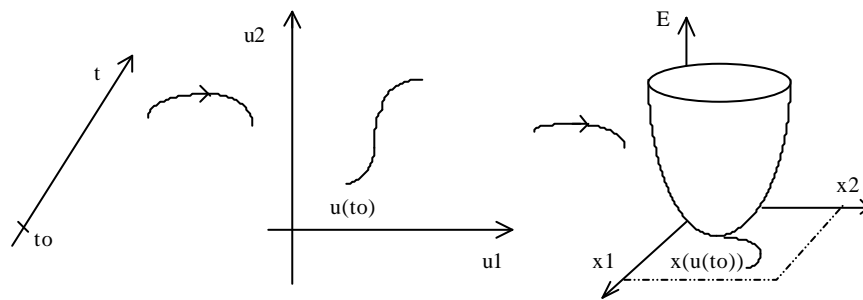


Figura I.5: Função de Energia

Note que no gráfico da função de energia estão representados os estados de ativação de 2 neurônios x_1 e x_2 . Como estes estados estão limitados entre 0 e 1 o domínio de nossa função será definido por um quadrado (de lado 1) contido em \mathbb{R}^2 . Da mesma forma, se trabalhamos com n neurônios distintos, o domínio de nossa função de energia (estados de ativação) estará em um hipercubo de lado 1 contido em \mathbb{R}^n .