

Fundamentos de Arquiteturas de Computadores

Representação de números inteiros em complemento a 2

Representação complemento a 10

☞ Como representar números negativos no sistema decimal com 3 algarismos ?

☞ Divide o sistema em 2, utiliza uma metade para positivos e a outra para negativos

|-----|-----|-----|-----|
000 250 500 750 998 000

☞ Representação: 0 – 499: representam números positivos: 0 a +499

☞ Representação 500-999: representam números negativos que são o complemento a 10 do número positivo

☞ Complemento a base = $B^n - N$ onde n é o número de algarismos que temos para representar um número

☞ $-500 = 10^3 - 500 = 1000 - 500 = 500$

☞ $-499 = 1000 - 499 = 501$

☞ $-1 = 1000 - 1 = 999$

☞ Qual a vantagem ? Só precisamos somar números e resultado é sempre representado corretamente

☞ Exemplo:

☞ -2 +3, Complemento a 10 de -2 = $1000 - 2 = 998$ e de +3 = 003, somando $998 + 003 = 1001$, descartando o 1 à esquerda, temos o resultado 001 que é +1 em complemento a 10.

☞ Para subtrair:

☞ $A - B = A + (-B)$

☞ $-3 - 5 = -3 + (-5)$

☞ $-3 = 997$

☞ $-5 = 995$

☞ $997 + 995 = 1992$, retirando o 1 à esquerda temos o resultado 992 que é negativo e para sabermos o valor fazemos $1000 - x = 992$, $x = 8$, logo resultado = -8.

Como representar um número em complemento a 2 ?

- ☞ Se o número é positivo, o bit $d_{n-1}=0$ e a magnitude do número é
 - ☞ $d_{n-2} \times 2^{n-2} + d_{n-3} \times 2^{n-3} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0$
- ☞ Exemplo:
 - ☞ +7 utilizando-se 4 algarismos é igual a 0111
 - ☞ Representação de +27 com 8 bits = 00011011
- ☞ Se o número é negativo:
 - ☞ $C_2(-N)=2^n - N$, onde N é a representação do número positivo
 - ☞ $C_2(-N)=2^n - N=((2^{n-1}) - N)+1$
 - ☞ $2^{n-1} = 011111..11$
 - ☞ $011111..11-N$ é igual a inverter os bits de N
 - ☞ Logo para achar a representação complemento a 2 de números negativos, inverte-se o número na representação dele positiva e soma-se 1
 - ☞ Exemplo:
 - ☞ -7 utilizando-se 4 algarismos 0111, inverte 1000, soma 1 = 1001
 - ☞ Representação de -27 com 8 bits = $\text{inv}(00011011) + 1 = 11100100 + 1 = 11100101$

Dado um número representado em complemento a 2, o que ele está representando ?

☞ $N = (d_{n-1} d_{n-2} \dots d_1 d_0)$

☞ O bit mais significativo indica o sinal

☞ Se ele é zero o número é positivo dado por :

☞ $N = d_{n-2} \times 2^{n-2} + d_{n-3} \times 2^{n-3} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0$

☞ Exemplo:

☞ $n = 4, N = 0111, N = 7_{10}, N = 0100, N = 4_{10}$

☞ Se ele é 1, o número que ele representa é negativo. Como achar que número ele representa ?

☞ $C_2(C_2(-N)) = 2^n - (2^n - N) = N$

☞ Logo para descobrir a magnitude de um número negativo representado em complemento a 2, inverte-se o número na representação dele sem sinal e soma-se 1.

☞ Exemplos:

☞ O que representa 00011011 ? +27

☞ O que representa 11100101 ? - inv(11100101)+1 = -00011011 = -27

Dado um número representado em complemento a 2, o que ele está representando ?

➡ Outra maneira:

$$2^n + (-N) = d_{n-1} \times 2^{n-1} + d_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0$$

$$\begin{aligned} \text{➡ } d_{n-1} = 1, \text{ logo } (-N) &= -2^n + 2^{n-1} + d_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0 = \\ &= 2^{n-1} \times (-1) + d_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0 \end{aligned}$$

➡ Exemplo: $1001 = -8 + 1 = -7$

Soma em Complemento a 2

☞ Somar +11 com +21

+11 00001011

+21 00010101

+32 00100000

☞ Somar +5 com +18

+5 00000101

+18 00010010

+23 00010111

👉 $N1 - N2 = N1 + (-N2)$ e joga fora o vai um

👉 $+21 - 11 = +21 + (-11)$

+21 00010101

-11 00001011 11110100+1=11110101

+10 100001010

👉 $+11 - 21 = +11 + (-21)$

 +11 00001011

👉 -21 00010101 = 11101010 + 1 = 11101011

.....

👉 -10 11110110

Overflow ou estouro

- ☞ Ocorre quando o número não pode ser representado com o número de dígitos disponível
- ☞ Só ocorrerá overflow quando estivermos somando dois números de mesmo sinal
- ☞ Se temos 3 bits para representar números em complemento a 2, podemos representar os seguintes inteiros com sinal:
- ☞ 011 +3
- ☞ 010 +2
- ☞ 001 +1
- ☞ 000 0
- ☞ 111 -1
- ☞ 110 -2
- ☞ 101 -3
- ☞ 100 -4
- ☞ Menor número negativo = $-2^{3-1} = -4$
- ☞ Maior número positivo = $2^{3-1} - 1 = +3$

Overflow ou estouro

- ☞ Ocorre quando o número não pode ser representado com o número de dígitos disponível
- ☞ Só ocorrerá overflow quando estivermos somando dois números de mesmo sinal
- ☞ Exemplo:
 - ☞ Se temos 3 bits para representar números em complemento a 2, podemos representar os seguintes inteiros com sinal:

011	+3
010	+2
001	+1
000	0
111	-1
110	-2
101	-3
100	-4
 - ☞ Menor número negativo = $-2^{3-1} = -4$
 - ☞ Maior número positivo = $2^{3-1} - 1 = +3$

Overflow ou estouro

👉 Soma: $N1 + N2$

👉 Primeiro caso: $N1 > 0$, $N2 > 0$:

	00	
+2	010	
+1	001	

+3	011	OK

	01	
+3	0011	
+1	001	

-4	100	Estouro (overflow)

Overflow ou estouro

☞ Soma: $N1 + N2$

☞ Segundo caso: $N1 > 0$, $N2 < 0$:

+1	001	
-2	110	

-1	111	OK

	11	
+2	010	
-1	111	

+1	001	OK

Overflow ou estouro

☞ Soma: $N1 + N2$

☞ Terceiro caso: $N1 > 0, N2 < 0$:

	11	
-1	111	
+2	010	

+1	001	OK

	00	
-2	110	
+1	001	

-1	111	OK

Overflow ou estouro

☞ Soma: $N1 + N2$

☞ Quarto caso: $N1 < 0, N2 < 0$:

	11	
-1	111	
-2	110	

-3	101	OK

	1	
-1	111	
-4	100	

+3	011	Estouro (overflow)

Representação de caracteres

- ☞ Um caractere deve ser representado utilizando-se um padrão de bits.
- ☞ Vários dispositivos de entrada e saída trabalham com 8 bits
- ☞ Um código padrão denominado ASCII (American Standard for Computer Information Interchange) define um padrão de sequência diferente para cada caractere
 - ☞ Exemplo:
 - ☞ 0100 0001 é 41hex ou 6510 e representa o caractere 'A'
 - ☞ 0100 0010 é 42hex ou 6610 e representa o caractere 'B'
- ☞ Uma propriedade deste código é que se padrões de bits são comparados, então 'A' < 'B', o que ajuda a ordenar elementos em ordem alfabética.
- ☞ Note que 'a' (61hex) é diferente de 'A' (41hex)
- ☞ '8' (38hex) é diferente do inteiro 8
- ☞ representação do inteiro 8 em complemento a 2: 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1000
- ☞ Representação ASCII do caractere '8': 0011 1000
- ☞ Representação ASCII do caractere '0' é 48 (decimal) ou 30 (hex)

Representação de caracteres

☞ Como traduzir um string de caracteres para um inteiro ?

☞ Exemplo: '354'

☞ Lê '3'

☞ Traduz '3' para 3 (subtrai de 48)

☞ `inteiro= 0 *10 + 3 = 3`

☞ Lê '5'

☞ Traduz '5' para 5 (subtrai de 48)

☞ `inteiro= 3 *10 + 5 = 35`

☞ Lê '4'

☞ Traduz '4' para 4 (subtrai de 48)

☞ `inteiro= 35 *10 + 4 = 354`

Representação de caracteres

☞ Como traduzir um inteiro para string de caracteres ?

☞ Exemplo: 354

- ☞ Verifica quantos caracteres existem na base desejada (no caso 3)
- ☞ Inicia com base $(\text{no. caracteres} - 1)$, $(10^{3-1})=100$
- ☞ $354 \text{ div } 100$, dá 3
- ☞ Traduz 3 para '3' (soma 48) e imprime
- ☞ $354 \text{ mod } 100$, é 54
- ☞ $100/10=10$
- ☞ $54 \text{ div } 10$, dá 5
- ☞ Traduz 5 para '5' (soma 48) e imprime
- ☞ $54 \text{ mod } 10$, é 4
- ☞ $10/10=1$
- ☞ $4 \text{ div } 1$, dá 4
- ☞ Traduz 4 para '4' (soma 48) e imprime
- ☞ $4 \text{ mod } 1$, é 0
- ☞ $1/10=0$, então acabou