Primeira Lista de Linguagens Formais

1. (0,2 cada) Seja Σ um alfabeto. Definamos o *operador de reversão* R da seguinte forma: se $w = \epsilon$, então $w^R = \epsilon$; se $w = ax$, onde $a \in \Sigma$ e $x \in \Sigma^*$, então $w^R = x^R a$. Finalmente, se $L \subseteq \Sigma^*$, definamos $L^R = \{w^R : w \in L\}$. Dadas L_1 e L_2 linguagens sobre o alfabeto Σ, determine as seguintes linguagens em função de L_1^R e L_2^R:
   (a) $(L_1 \cdot L_2)^R$
   (b) $(L_1 \cup L_2)^R$
   (c) $(L_1 \cap L_2)^R$
   (d) $\overline{L_1}^R$
   (e) $(L_1^*)^R$

2. (0,5) Determine a expressão regular da linguagem aceita pelo AFD a seguir, usando o algoritmo de substituição e o Lema de Arden. O conjunto de estados é $\{q_1, \ldots, q_6\}$, o estado inicial é q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_4\}$, e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_5	q_2
q_2	q_5	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_4
q_5	q_6	q_2
q_6	q_6	q_4

3. Considere o AFD dado pela função de transição abaixo (q_2 é o estado final):

δ	c	d
q_1	q_1	q_2
q_2	q_2	q_1

   (a) (0,5) Descreva a computação deste autômato que tem início na configuração $(q_1, ccddc)$. Esta palavra é aceita pelo autômato?

   (b) (0,5) Descreva a computação deste autômato que tem início na configuração $(q_1, cdcdcd)$. Esta palavra é aceita pelo autômato?

   (c) (0,5) Descreva em português a linguagem aceita por este autômato.

4. (0,5) Represente a seguinte linguagem por uma expressão regular: "o conjunto das palavras sobre $\{0, 1\}$ que contêm uma seqüência de 1s, onde o número de 1s na seqüência é congruente a 2 modulo 3, seguida de um número par de 0s." Invente um AFD que reconheça esta linguagem.

5. (0,5) Invente um AFD que reconheça a seguinte linguagem: "o conjunto dos palíndromos sobre $\{a, b\}$ de comprimento igual a 6."

6. (0,5) Sejam L e L' linguagens tais que: L é regular, $L \cup L'$ é regular e $L \cap L' = \emptyset$. Mostre que L' é regular.

7. (0,5) Dê exemplo de uma linguagem que é aceita por um AFD com *mais de um estado final*, mas que *não* é aceita por nenhum AFD com *apenas um estado final*. Justifique cuidadosamente sua resposta!

8. (0,5 cada) Quais linguagens abaixo são regulares e quais não são? Justifique cuidadosamente suas respostas! Utilize o Lema do Bombeamento convenientemente, quando for o caso.
   (a) $\{0^i 1^{2i} : i \geq 1\}$
   (b) $\{(01)^i : i \geq 1\}$

9. (0,5) Prove que se L contém uma palavra w onde $|w| \geq n$, e L é aceita por um AFD com n estados, então L é infinita.

10. (0,5) O *posto* de uma linguagem regular L é o menor k para o qual existe um AFD M com k estados tal que $L(M) = L$. Verdadeiro ou falso (?): "Se L_1 e L_2 são linguagens regulares e $L_1 \subseteq L_2$, então $posto(L_1) \leq posto(L_2)$." Justifique cuidadosamente sua resposta!

11. (0,5) Seja M um AFD com um único estado final. Considere o AFND M' obtido invertendo-se os papéis dos estados inicial e final, e invertendo também a direção de cada seta no diagrama de estados. Descreva $L(M')$ em função de $L(M)$.

12. (0,5 cada) Determine AFNDs que aceitem as linguagens cujas expressões regulares são dadas abaixo (use o algoritmo de construção recursiva):
   (a) $(1 \cup 0)^*00101$
   (b) $((0 \cdot 0) \cup (0 \cdot 0 \cdot 0))^*$

13. (0,25 cada) Converta cada um dos AFNDs do exercício anterior em AFDs, utilizando o algoritmo de construção de subconjuntos.

14. (0,25 cada) Construa GLDs a partir dos AFNDs do exercício 12.

15. Seja $G = (T, V, S, R)$ assim definida: $T = \{0, 1\}$, $V = \{X, Y, Z\}$, $S = X$, $R = \{\ X \to 1^2Y,\ X \to 01Z,\ Y \to 10Y,\ Y \to 0^2Z,\ Z \to 01\}$.

   (a) (0,25) Construa G' tal que $L(G') = L(G)$ e as regras de G' sejam da forma $A \to \sigma B$ ou $A \to \epsilon$, onde $\sigma \in \{0, 1\}$.

   (b) (0,25) Construa um AFND M a partir de G' tal que $L(M) = L(G')$.