

Lista 0.b

Exercícios da seção 1.7 do Livro Estruturas de Dados e Seus Algoritmos (autores J.L. Szwarcfiter e L. Markenzon)

1) Responder se é certo ou errado:

Todo procedimento recursivo deve incorporar terminações sem chamadas recursivas, caso contrário ele seria executado um número infinito de vezes.

2) Responder se é certa ou errada cada afirmativa abaixo:

(i) O algoritmo 1.2, que calcula o fatorial de forma recursiva, requer apenas uma quantidade constante de memória.

(ii) O algoritmo 1.3, fatorial não recursivo, requer o armazenamento do vetor *fat*, com $n + 1$ elementos.

3) Desenvolver um algoritmo não recursivo para o cálculo do fatorial de inteiro $n > 0$, de tal forma que prescindia do armazenamento de qualquer vetor.

4) Mostrar que o algoritmo 1.4, para o problema da Torre de Hanói, requer exatamente $2^n - 1$ movimentos de disco para terminar.

6) Escrever uma prova de correção para o algoritmo 1.4.

9) Considere a seguinte generalização do problema da Torre de Hanói. O problema, agora, consiste em n discos de tamanhos distintos e quatro pinos, respectivamente, o de origem, o de destino e dois pinos de trabalho. De resto, o problema é como no caso de três pinos. Isto é, de início, os discos se encontram todos no pino-origem, em ordem decrescente de tamanho, de baixo para cima. O objetivo é empilhar todos os discos no pino-destino, satisfazendo às condições (i) e (ii) do caso dos três pinos, descrito na seção 1.3.

14) Escrever as seguintes funções em notação O :

$$n^3 - 1; \quad n^2 + 2 \log n; \quad 3n^n + 5 \cdot 2^n; \quad (n - 1)^n + n^{n-1}; \quad 302.$$

15) Responder se é certo ou errado:

Se f, g são funções tais que $f = O(g)$ e $g = \Omega(f)$, então $f = \Theta(g)$.

16) Responder se é certo ou errado:

A definição da notação Θ , dada na seção 1.5, é equivalente à seguinte: sejam f, h funções reais positivas da variável inteira n . Diz-se que $f = \Theta(h)$ quando existirem constantes $c, d > 0$ e um valor inteiro n_0 , tal que

$$n > n_0 \Rightarrow c \cdot h(n) \leq f(n) \leq d \cdot h(n)$$

17) Responder se é certo ou errado:

Se a complexidade de melhor caso de um algoritmo for f , então o número de passos que o algoritmo efetua, qualquer que seja a entrada, é $\Omega(f)$.

18) Responder se é certo ou errado:

Se a complexidade de pior caso de um algoritmo for f , então o número de passos que o algoritmo efetua, qualquer que seja a entrada, é $\Theta(f)$.

19) Responder se é certo ou errado:

A complexidade de melhor caso de um algoritmo para um certo problema é necessariamente maior do que qualquer limite inferior para o problema.

20) A seqüência de Fibonacci é uma seqüência de elementos f_1, \dots, f_n , definida do seguinte modo:

$$f_1 = 0,$$

$$f_2 = 1,$$

$$f_j = f_{j-1} + f_{j-2}, \quad j > 2.$$

Elaborar um algoritmo, não recursivo, para determinar o elemento f_n da seqüência, cuja complexidade seja linear em n .

23) Considere a seguinte seqüência de elementos g_1, \dots, g_n para um dado valor k .

$$g_j = j - 1, \quad 1 \leq j \leq k;$$

$$g_j = g_{j-1} + g_{j-2}, \quad j > k.$$

Elaborar um algoritmo para determinar o elemento g_n da seqüência, cuja complexidade seja $O(n)$.