Lista de Complexidade de Algoritmos
Data: **17/11/2009**

1. Prove que determinar a árvore geradora de altura máxima de um grafo é um problema NP-difícil. Que dizer a árvore geradora de altura mínima?

2. Descrever um algoritmo tempo polinomial para resolver 2-SAT.

3. Mostre que os seguintes problemas são NP-completos:

   (a) a versão de 3-SAT onde cada variável ocorre no máximo 3 vezes e cada cláusula tem tamanho 2 ou 3.

   (b) 4DM

   (c) Ciclo Hamiltoniano.

   (d) CLIQUE MÁXIMA.

   (e) DUPLA SATISFABILIDADE - existem pelo menos duas atribuições de verdade satisfatíveis distintas.

   (f) DUPLA COBERTURA

4. Quais dos seguintes problemas são NP-completos forte:

   (a) TSP

   (b) CICLO HAMILTONIANO

   (c) MOCHILA

   (d) 3SAT

   (e) 3DM

   (f) PARTIÇÃO

5. Descreva um algoritmo pseudo-polinomial para o problema da mochila.

6. (V ou F ou depende) e porque e se falso: com correções para poder ficar verdadeiro.

   (a) SAT $\in$ P.

   (b) Sejam A e B dois problemas de decisão com $A \in$ NP e $B \notin$ NP. Existe uma transformação polinomial de B para A, se e somente se P=NP.

   (c) Se P=NP, então todo problema é NP-completo.

   (d) Se um problema em NP pode ser resolvido em tempo polinomial, então P=NP.

   (e) Se um problema em NP é provado não ser resolvível em tempo polinomial, então P$\neq$NP.

   (f) para cada par p_1, p_2 de problemas em P existe uma redução polinomial de p_1 para p_2.

   (g) para cada par p_1, p_2 de problemas em NP existe uma redução polinomial de p_1 para p_2.

   (h) Se um problema em Max-SNP-hard admite um esquema de aproximação tempo polinomial, então NP=CoNP.

7. O que significa uma razão de erro de $\frac{1}{3}$ para um problema de

   a) MAXIMIZAÇÃO

   (b) minimização?

8. Considere os seguintes problemas de decisão:

   - 2-SAT : Dada uma expressão booleana E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém dois literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha **pelo menos um** literal verdadeiro?
   - 3-SAT$_{\overline{1}}$: Dada uma expressão boolena E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha **exatamente um** literal verdadeiro? **(Sabe-se que 3-SAT$_{\overline{1}}$ é NP-completo.)**
   - 3-SAT$_{\overline{2}}$: Dada uma expressão boolena E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha **exatamente dois** literais verdadeiros?
   - 3-SAT$_2$: Dada uma expressão boolena E na forma normal disjuntiva onde cada cláusula contém três literais, pergunta-se: existe uma atribuição de verdade para E tal que cada cláusula contenha **pelo menos dois** literais verdadeiros?

   Determine a que classe de complexidade pertencem os problemas 3-SAT$_{\overline{2}}$ e 3-SAT$_2$.

9. Dada uma máquina de Turing M, determine se os seguintes problemas são decidíveis:

   (a) M para com uma entrada qualquer?

   (b) Existe uma entrada x, tal que $M(x)$ usa todos os seus estados?

   (c) M pára com a *string* vazia?

   (d) M escreve o símbolo a na fita?

10. Considere uma linguagem L que é reconhecida pela máquina de Turing $M = (\Gamma = \{x, y, b\}, \Sigma = \{x, y\}, \delta, Q = \{q_1, q_Y, q_N\}, q_0)$, onde
$\delta : Q \cup \{q_0\} \times \Gamma \longrightarrow Q \cup \{q_0\} \times \Gamma \times \{-1, +1\}$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, x) &\mapsto (q_1, x, +1)\\
\delta(q_1, y) &\mapsto (q_0, y, +1)\\
\delta(q_0, y) &\mapsto (q_N, y, +1)\\
\delta(q_1, x) &\mapsto (q_N, y, +1)\\
\delta(q_0, b) &\mapsto (q_Y, y, -1)
\end{aligned}$$

   (a) Mostre que L está em NP.

   (b) Descreva as instâncias SIM para L.

   (c) Defina a instância $I = (U, C)$ de SAT correspondente a L no Teorema de Cook.

   (d) Argumente sobre a satisfabilidade de I quando as *strings* $xyxyb$ e $xyyb$ estão escritas na fita de M.