



Universidade Federal Fluminense
Curso: Sistemas de Informação
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professor: Uéverton Souza

Lista de Exercícios - Primeira Parte da Matéria

- 1.) Mostre, sem usar diagramas de Venn e justificando cada passo, que

$$A - (\bar{A} \cap \bar{B}) = A$$

Resposta:

- 2.) Verifique se a seguinte afirmação é falsa ou verdadeira. Se for verdadeira prove, se for falsa justifique:

$$n(A \cup B) - n(A) \leq n(B)$$

- 3.) Uma sala tem 6 lâmpadas com interruptores independentes. De quantos modos pode-se ilumina-la se pelo menos uma das lâmpadas deve ficar acesa? Justifique.
- 4.) Oito pessoas, $P_1, P_2, P_3, \dots, P_8$, ficam em pé uma ao lado da outra para uma fotografia. Se P_1 e P_2 se recusam a ficar lado a lado e P_3 e P_4 insistem em aparecer uma ao lado da outra, determine o número de possibilidades distintas para as oito pessoas se colocarem. Justifique.
- 5.) Um caminhão deve transportar 500 kg de alimentos entre açúcar, arroz, feijão e sal. Sabendo que cada alimento está armazenado em sacos de 1 kg, quantas são as possibilidades de completar os 500 kg? Justifique.

6.) Verifique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. Se for verdadeira prove, se for falsa justifique.

(a) $\{\emptyset\} \subseteq \{\{\emptyset\}, 0\}$.

(b) $1 \in \{\{1\}, 0, -2\}$.

(c) $A \subseteq P(A)$.

(d) $\emptyset \in \{\{\emptyset\}\}$.

(e) Para $A = \{x \in \mathbb{N} : |2x - 7| \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : 2 \leq x \leq 5\}$, resulta $A = B$ e $\bar{A} = \bar{B}$.

(f) $(A - B) - C = A - (B \cap C)$;

(g) $\{\emptyset\} \subseteq P(D)$ se $D = \{\{\emptyset\}, 0\}$ e $P(D)$ é o conjunto de partes de D .

7.) De quantas maneiras é possível arranjar as letras da palavra **INCONSTITUCIONAL** de forma que:

(a) as vogais fiquem consecutivas e as consoantes também,

(b) não fiquem **I**'s consecutivos e não fiquem **N**'s consecutivos.

8.) Determine o número de maneiras de selecionar 15 brinquedos de 4 tipos diferentes, sendo que devem ser selecionados pelo menos 1 brinquedo de cada tipo. Justifique.

Observação: estamos supondo que cada tipo de brinquedo tem um estoque suficiente para que o problema tenha solução.

9.) Considere os seguintes conjuntos:

A = conjunto dos números naturais menores ou igual a 200 tais que são múltiplos de 5

B = conjunto dos números naturais menores ou igual a 200 tais que são múltiplos de 9

$C = \{x \in \mathfrak{R} : |2x - 1| \leq 251\}$

Observação: Consideramos os números naturais começando com 1.

- (a) Descreva A e B usando notação matemática (como C).
- (b) Use a propriedade distributiva da interseção de conjuntos em relação à união e também o Princípio da Inclusão e Exclusão para encontrar o número de elementos de $(A \cup B) \cap C$. Justifique.
- 10.) 15 membros de uma família, com alturas diferentes, devem posar para uma fotografia ocupando 3 degraus de uma escadaria. Supondo que cada degrau deva conter exatamente 5 pessoas, responda:
- (a) De quantas maneiras isso pode ser feito? Justifique.
- (b) De quantas maneiras isso pode ser feito de modo que os 3 de menor estatura fiquem no primeiro degrau? Justifique.
- 11.) Numa turma de 70 alunos, 22 estudam francês, 7 espanhol, 55 inglês, 5 estudam espanhol e inglês, 8 estudam francês e inglês e somente 2 estudam francês, espanhol e inglês. Usando o princípio de inclusão e exclusão determine o número de alunos da turma que estudam francês e espanhol. Justifique.
- 12.) Joana convidou 23 amigos para sua festa de aniversário sendo que 4 desses amigos devem compartilhar uma mesa circular junto à aniversariante. De quantas maneiras diferentes podem 4 dos 23 amigos sentarem à mesa circular quando:
- (a) não importa o lugar em que as pessoas sentam à mesa. Justifique.
- (b) importa a posição em que as pessoas sentam à mesa. Justifique.
- 13.) Quantos são os anagramas da palavra **G A R R A F A**
- (a) sem restrições? Justifique.
- (b) que começam com **A** ou **F**? Justifique.
- (c) que começam por consoante? Justifique.
- (d) que não começam com **R**? Justifique.

14.) Determine:

(a) O número de soluções inteiras e não negativas (≥ 0) da equação

$$x + y + z + w = 30$$

tal que $x \geq 2$ e $w > 2$. Justifique.

(b) O número de soluções inteiras positivas (> 0) da desigualdade

$$x + y + z \leq 21$$

Justifique.

(c) O número de soluções inteiras e não negativas (≥ 0) da desigualdade

$$x + y + z < 7$$

com $y > 1$. Justifique.

15.) Numa cidade foi feita uma pesquisa relativa à leitura de 3 jornais $J1$, $J2$ e $J3$. Obteve-se que 20% da população lê o jornal $J1$, 16% o jornal $J2$, 14% o jornal $J3$, 8% lê $J1$ e $J2$, 4% $J2$ e $J3$, 5% $J1$ e $J3$, e 2% lê os 3 jornais. Determine, usando o Princípio de Inclusão e Exclusão, a porcentagem da população que não lê nenhum desses 3 jornais.

16.) Considere os números inteiros de 4 algarismos distintos formados com os dígitos 0, 1, 2, 4, 7, 8 e 9.

(a) Quantos são esses números? Justifique;

(b) Quantos são ímpares? Justifique;

(c) Quantos são maiores do que 5000? Justifique.

17.) De quantos modos é possível dividir 24 pessoas:

(a) Em três grupos de 8 pessoas? Justifique;

- (b) Em um grupo de 18 e outro de 6 pessoas? Justifique;
- 18.) Considere as letras da palavra **M A T E R I A L M E N T E**.
- (a) Quantos são os anagramas que finalizam em vogal? Justifique.
- (b) Em quantos anagramas as vogais estão em ordem alfabética? Justifique;
- (c) Em quantos anagramas não existem vogais consecutivas? Justifique;
- 19.) Ana tem 11 amigos mais próximos. De quantas maneiras diferentes ela pode convidar 5 desses amigos para um jantar se:
- (a) dois desses amigos são casados entre si e devem ser convidados juntos.
- (b) todos os amigos são solteiros, mas dois deles estão brigados e não podem ser convidados juntos.
- 20.) Uma loja de antiguidades colocou a venda oito móveis antigos idênticos. Surgiram 3 possíveis compradores (A, B e C). Observemos que não necessariamente todos os móveis serão comprados.
- (i) De quantas maneiras diferentes esses móveis podem ser comprados? Justifique.
- (ii) De quantas maneiras diferentes podem ser comprados se A vai adquirir mais de um móvel? Justifique.